

Алгебра
Рабочая
тетрадь

8



ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Алгебра

Рабочая тетрадь

8

класс

Пособие для учащихся
общеобразовательных
учреждений

6-е издание

Москва
«Просвещение»
2010

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72
Р13

**Авторы: Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров, М. В. Ткачёва,
Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин**

Рабочая тетрадь является частью учебного комплекта по алгебре, включающего учебник «Алгебра, 8» авторов Ш. А. Алимова и др.

ISBN 978-5-09-023913-4

© Издательство «Просвещение», 2001
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2001
Все права защищены

Предисловие

Данная рабочая тетрадь является дополнением к учебнику «Алгебра, 8» авторов Ш. А. Алимова и др. Содержание тетради организовано в соответствии с главами и параграфами этого учебника.

Тетрадь предназначена в основном для работы учащихся с ее помощью в классе. Следует иметь в виду, что рабочая тетрадь не заменяет ни живого слова учителя, ни текста учебника. Она дополняет и то и другое, расширяя арсенал учебных средств учащихся и возможности работы учителя.

Структурно материал каждого параграфа тетради расположен по трем разделам. После I раздела, который предназначен для подготовки школьников к изучению нового материала соответствующего параграфа книги, проведена черта. Эта черта символически обозначает раздел, который не имеет номера, поскольку после выполнения заданий I раздела учитель приступает к объяснению нового материала так, как он считает нужным. Проведя объяснение, учитель работает с учащимися над упражнениями учебника; при этом ученики записывают решение традиционно — у доски или в обычной тетради.

Следующий раздел обозначен как второй — это основной раздел в рабочей тетради, он содержит упражнения, дополнительные к упражнениям учебника. Некоторые из упражнений тетради являются подготовительными к выполнению упражнений учебника, некоторые помогают слабым учащимся в усвоении определенных алгоритмов благодаря увеличению от задания к заданию доли самостоятельной работы школьников. Наиболее трудные упражнения раздела отмечены знаком*.

В последнем разделе, обозначенном цифрой III, приведены тексты упражнений, позволяющих проверить уровень усвоения материала рассматриваемого параграфа. Учитель может выборочно использовать их для проверки качества домашней работы учащихся.

I

глава

Неравенства

Положительные и отрицательные числа

1

I

- 1 Заполнить пропуски в предложении:
Рациональными числами называют числа,

где m —, n — число.

Примеры:;;;;

- 2 Из чисел $-5,8$; 0 ; $\frac{4}{11}$; -7 ; 19 ; $-\frac{18}{9}$; 1 ; $-13,5$; $2,4$; $-12\frac{1}{2}$; $\frac{15}{5}$
выписать:

1) натуральные 2) целые

3) положительные 4) отрицательные

5) рациональные

- 3 Вычислить устно и записать ответ:

1) $\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} =$ 2) $-3\frac{1}{5} + \frac{16}{5} =$

3) $2,03 \cdot (-4) =$ 4) $(-5) \cdot (-1,4) =$

5) $(-1,6) : (-0,8) =$ 6) $4,5 : (-3) =$

- 4 Даны числа -1 ; $0,1$; $-\frac{3}{8}$; $4\frac{1}{5}$; $-2\frac{3}{4}$; $a-b$; $\frac{a}{b}$. Записать
числа:

1) противоположные данным

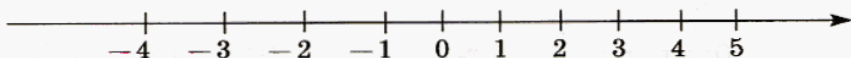
2) обратные данным

II

- 5 На числовой оси отметить:

1) точки: $A(-2,5)$; $B(3,5)$; $C(-\frac{3}{4})$;

- 2) точку D (.....), лежащую на единицу левее точки A ;
 3) точку E (.....), лежащую на единицу правее точки B ;
 4) точку F (.....), лежащую посередине между точками A и B .



- 6 Записать числа $-2,3$; 0 ; -4 ; $-2,35$; $2,3$; $-2,03$ в порядке возрастания.

- 7 Записать числа 0 ; -6 ; $\frac{1}{15}$; $-\frac{4}{9}$; $-\frac{1}{3}$; $-\frac{11}{9}$; $\frac{2}{5}$ в порядке убывания.

- 8 Записать два рациональных числа, заключенные между двумя данными рациональными числами:

- 1) 5 и 7; 2) -9 и -8 ;
 3) 0 и 0,6; 4) $-0,4$ и 0;
 5) $\frac{4}{7}$ и $\frac{6}{7}$; 6) $-0,1$ и $0,1$;

- 9 Не выполняя вычислений, поставить в пустой клетке знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство:

- 1) $(-2,7)^2 \cdot (0,56)^3$ 0; 2) $-(2,7)^2 \cdot (5,6)^3$ 0;
 3) $-\left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^5$ 0; 4) $-\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \left(-\frac{1}{2}\right)^5$ 0.

- 10 Проставить в клетке знак $>$ или $<$ так, чтобы при $x = -1$ получилось верное неравенство:

- 1) $\frac{x+2}{2}$ $\frac{x-2}{2}$; 2) $\frac{x+2}{x}$ $\frac{x-2}{x}$;
 3) $\frac{x+1}{x-3}$ $\frac{x+4}{x-3}$; 4) $\frac{5-x}{-x}$ $\frac{2(x+1)}{x+7}$.

- 11 Разложить на множители:

- 1) $9x - x^2 =$ 2) $7x^2 + 5x =$
 3) $\frac{1}{4} - x^2 =$ 4) $\frac{x^2}{16} - 1 =$
 5) $x^3 - 36x =$ 6) $49x - 4x^3 =$

- 12 Решить уравнение, заполняя пропуски:

- 1) $8x + 11x^2 = 0$; 2) $\frac{2x-5}{x-2} = 0$;

$$\begin{cases} \dots = 0, \\ \dots = 0 \text{ или } x = \dots \end{cases} \quad \begin{cases} \dots = 0, x - \dots \neq 0, \\ x = \dots \end{cases}$$

Если $x = \dots$, то $x - \dots = \dots \neq 0$.

Ответ. $x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$. Ответ. $x = \dots$.

3)* $9x^3 - x = 0$;

$$\dots = 0, x(\dots)(\dots) = 0,$$

$x = \dots$, или $\dots = 0$, или $\dots = 0$, т. е.

$x = \dots$, или $x \dots$, или $x \dots$.

Ответ. $x_1 = \dots$; $x_2 = \dots$; $x_3 = \dots$.

13 Определить знак числа a так, чтобы было верным неравенство:

1) $\left(-\frac{2}{3}\right)a \cdot (-1,7) \cdot (-3,5)^2 < 0$, $a \square 0$;

2) $(-7)^3 \cdot \left(-\frac{1}{14}\right)a \cdot 9 > 0$, $a \square 0$.

14 Доказать, что при любом значении a отрицательно значение выражения:

1) $\frac{6}{a^2+7} - 1 = \dots$

2) $\frac{a^2+3}{a^2+4} - 1 = \dots$

III

15 Заполнить пропуски в предложениях.

1) Если произведение двух чисел — положительное число, то эти числа имеют $\dots$ знаки.

2) Если произведение двух чисел — отрицательное число, то эти числа имеют $\dots$ знаки.

3) Если частное двух чисел — положительное число, то эти числа имеют $\dots$ знаки.

4) Если частное двух чисел — отрицательное число, то эти числа имеют $\dots$ знаки.

16 Записать все целые числа, которые расположены на числовой оси между числами $-\frac{7}{3}$ и $\frac{7}{3}$.

- 17 Проставить в клетке знак $>$ или $<$ так, чтобы при $x = -1$ получилось верное неравенство:

1) $7(2x - 9) \square 0$;

2) $3(-2x + 1) \square 0$.

- 18 Решить уравнение, заполнив пропуски:

1) $(6 - 5x)(3x + 4) = 0$,

2) $\frac{4x+3}{7-x} = 0$,

$\square = 0, x = \square$ $\square = 0, \square \neq 0$,
 $\square = 0, x = \square$ $\square = \square$

Если $x = \square$, то $\square$

Ответ. $x_1 = \square$, $x_2 = \square$.

Ответ. $x = \square$. $\triangleleft$

3) $\frac{4-x^2}{x-2} = 0$,

4) $3x^2 - 2x = 0$.

$\square = 0, \square \neq 0$, $\square = 0$,
 $\square = 0$, $x = \square$ или $\square = \square$
 $\square = 0$ или $\square = 0$, $\square = \square$

$x = \square$, $x = \square$.

$x = \square$

Если $x = \square$, то $\square = 0$.

Если $x = \square$, то $\square \neq 0$.

Ответ. $\square$

Ответ. $\square$. $\triangleleft$

Числовые неравенства

2

I

- 1 Проставить в клетке знак $>$, $<$ или $=$:

1) $\frac{8}{17} \square \frac{5}{17}$;

2) $\frac{4}{9} \square \frac{4}{7}$;

3) $2\frac{5}{6} \square 2\frac{7}{12}$;

4) $4\frac{1}{3} \square 0$;

5) $1,43 \square 1,45$;

6) $4,072 \square 4,027$;

7) $\frac{16}{5} \square 3,2$;

8) $2\frac{3}{11} \square -3\frac{4}{11}$;

9) $0 \square -10,5$.

- 2 Даны числа: $0,1$; -20 ; 0 ; $-\frac{2}{7}$; $-1,9$; $0,09$; -1 . Расположить их в порядке возрастания и соединить знаком неравенства.

3 Поставить знак $>$ или $<$ между числами m и n :

1) если $m=1,2$, $n=-3$, то m n ;

2) если $m=7$, $n=1$, то m n ;

3) если $m=a$, $n=a+1$, то m n ;

4) если $m=a^2$, $n=a^2-3$, то m n .

4 Выполнить действия:

1) $(a+2)^2 = \dots + \dots + \dots$ 2) $(1-3x)^2 = \dots - \dots + \dots$

3) $(2+5a)(2-5a) = \dots$ 4) $(6+b)(b-6) = \dots$

5 Привести к общему знаменателю дроби:

1) $\frac{1}{n+1}$ и $\frac{2}{n-1}$;

2) $\frac{1}{b-2}$ и $\frac{a}{(b-2)^2}$;

3) $\frac{1}{m^2-1}$ и $\frac{3}{m-1}$;

4) $\frac{5a}{a^2-4a+4}$ и $\frac{7}{a-2}$.

II

6 С помощью определения числового неравенства сравнить числа:

1) $\frac{11}{25}$ и $0,53$; 2) $0,7$ и $\frac{2}{3}$; 3) $0,9$ и $-\frac{5}{6}$; 4) $-2,4$ и $-\frac{13}{5}$.

1) $\frac{11}{25} = \dots$; $\dots - 0,53 = \dots$. Так как $\frac{11}{25} - 0,53$ 0 , то $\frac{11}{25}$ $0,53$.

2) $0,7 = \dots$; $\dots - \frac{2}{3} = \dots = \dots$. Так как $0,7 - \frac{2}{3}$ 0 , то $0,7$ $\frac{2}{3}$.

3)

4)

7 Заполнить таблицу:

Значение $m-n$	-3	12	0				a^2+4	$-a^2-9$
Сравнение m и n	$m < n$			$m = n$	$m > n$	$m < n$		

8 Доказать, что $a + \frac{1}{a} < 1$, если $a < 0$.

▶ Разность $\frac{a+1}{a} - 1 = \frac{a+1-a}{a} = \frac{1}{a}$ 0, так как при $a < 0$ числитель дроби 1 0 (сумма трех положительных чисел $a+1-a$), а знаменатель дроби a 0 (по условию). Следовательно, $a + \frac{1}{a} < 1$. ◀

9 Доказать, что $\frac{2}{m-1} > \frac{2}{m+1}$, если $m > 1$.

▶ Разность $\frac{2}{m-1} - \frac{2}{m+1} = \frac{2(m+1) - 2(m-1)}{(m-1)(m+1)} = \frac{4}{m^2-1}$ 0, так как числитель этой дроби 4 число и знаменатель этой дроби m^2-1 число (по условию $m > 1$). Следовательно, $\frac{2}{m-1} > \frac{2}{m+1}$. ◀

10 Доказать, что $a + \frac{1}{a} < -2$, если $a < 0$ и $a \neq -1$.

▶ Найдем разность $a + \frac{1}{a} + 2 = \frac{a^2 + 2a + 1}{a} = \frac{(a+1)^2}{a}$ Дробь $\frac{(a+1)^2}{a} < 0$, так как $(a+1)^2$ 0 при $a \neq -1$ и по условию $a < 0$. Следовательно, $a + \frac{1}{a} < -2$. ◀

Число, кратное 5, можно записать в виде $5k$, где k — натуральное число.

11* Определить, какое из двух чисел больше, если известно, что каждое из них больше 104 и меньше 113, причем первое число кратно 15, второе кратно 8.

▶ Первое число кратно 15, поэтому запишем его в виде $15m$, где m — натуральное число. Второе число, кратное 8, запишем в виде $8n$, где n — натуральное число.

По условию двойное неравенство $104 < 15m < 113$ верно только при $m = 7$. Неравенство $104 < 8n < 113$ верно только при $n = 14$. Поэтому $15m = 105$, $8n = 112$.

Ответ. Первое число 105, второе 112. ◀

- 12* Пусть a и b — натуральные числа, причем $b \neq 1$. Сравнить числа a и b , если верно неравенство $\frac{a}{b} > \frac{a-1}{b-1}$.

▶ Так как $\frac{a}{b} > \frac{a-1}{b-1}$ — верное неравенство, то разность $\frac{a}{b} - \frac{a-1}{b-1} =$
 $= \dots = \dots$ — положительное число.

Знаменатель этой дроби $\dots > 0$, так как и $\dots$, и $\dots$ ($b > 1$). Следовательно, числитель этой дроби должен быть $\dots$ числом. Поэтому $\dots > 0$. А это означает, что $b > a$. ◀



- 13 Заполнить таблицу:

Значение $a - b$	$2\frac{1}{3}$			0		
Сравнение a и b	$a > b$	$0,8 < 1$	$7,6 > 3,5$		$-6 < -1$	$-2,3 > -3,7$

- 14 Доказать, что при любых значениях a верно неравенство:

1) $(2 + a)(a + 5) < (a + 3)(a + 4)$; 2) $(3 - a)^2 > a(a - 6)$.

▶

 ◀

- 15 Доказать утверждения:

- 1) если $a > b$ и $c > d$, то $(a - b)(c - d) > 0$;
 2) если $a > b$ и $c < d$, то $(a - b)(c - d) < 0$.

▶ 1) Если $a > b$, то $a - b \square 0$; если $c > d$, то $c - d \square 0$.

Поэтому произведение положительное число, т. е.
 > 0 .

2) Если $a > b$, то; если $c < d$, то

Поэтому ◀

Основные свойства числовых неравенств

3

I

1 Выяснить, положительное или отрицательное число a :

- 1) если $2,3a < 0$, то a 0; 2) если $6,5a > 0$, то a 0;
3) если $-35a < 0$, то a 0; 4) если $-42a > 0$, то a 0;
5) если $-9a > 0$, то a 0; 6) если $\frac{a}{3} > 0$, то a 0.

2 Выяснить, положительно или отрицательно произведение $(m-2)(n-3)$, если:

- 1) $m > 2$ и $n > 3$; 2) $m > 2$, а $n < 3$.

1) Если $m > 2$, то $m-2$ 0; если $n > 3$, то $n-3$ 0. Следовательно, $(m-2)(n-3)$ 0.

2) Если $m > 2$, то; если $n < 3$, то Следовательно, 

3 Выяснить, положительна или отрицательна сумма $(m-2) + (n-3)$, если:

- 1) $m > 2$ и $n > 3$; 2) $m < 2$ и $n < 3$.

1) Если $m > 2$, то; если $n > 3$, то 

Следовательно, $(m-2) + (n-3)$

2) Если $m < 2$, то; если $n < 3$, то

Следовательно, $(m-2) + (n-3)$ 

4 Сторона квадрата равна 6 см. Периметр квадрата равен

5 Периметр квадрата равен 48 см. Сторона квадрата равна

II

6 Заполнить таблицы (после выполнения преобразований).

1) Прибавить к обеим частям неравенства данное число:

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$11 > 3$	5	$16 > 8$
$-3 < 10$	3	
$-7 < -1$	10	
$9 > 2$	-12	
$a + 3 > a$	-10	

2) Прибавить к обеим частям исходного неравенства данное число:

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$14 + 3b > 2$	$-3b$	$14 > 2 - 3b$
$16 - 5b < 1$	$5b$	
$7a - 8 > 3$	$-7a$	
$16 - 5b < 1$	$-2b$	
$7a - 8 > 3$	$-4a$	

3) Умножить обе части исходного неравенства на данное число:

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$4 > -3$	2	$8 > -6$
$2 < 5$	-1	
$12 > -8$	-2	
$10 < 16$	$\frac{1}{2}$	
$a > 3$	$a > 0$	$a^2 > 3a$
$b < -8$	$b < 0$	
$b - 2 > 1$	$b > 0$	

4) Разделить обе части исходного неравенства на данное число:

Исходное неравенство	Данное число	Полученное неравенство
$8 < 10$	2	$4 < 5$
$13 > 11$	-1	
$-9 < -6$	-3	
$-4 < -1$	$\frac{1}{2}$	
$16a < 14$	-2	$-8a > -7$
$a > -2a^2$	$a > 0$	
$a < a^2$	$a < 0$	

7 Доказать утверждения.

1) Если $5a - 3 < 4a - 2$,
то $a < 1$.

.....
.....

2) Если $7b + 9 > 6b + 10$,
то $b > 1$.

.....
.....

3) Если $(b - 1)(b + 6) > b(b + 4)$,
то $b > 6$.

.....
.....

4) Если $a(5 + a) < (a + 2)^2$,
то $a < 4$.

.....
.....

8 Доказать, что если $a < b$ и $c < 0$, то $ac > bc$.

По условию $a - b \square 0$ и $c \square 0$. Поэтому $(a - b)c \square 0$, т. е.
 $ac - bc \square 0$. Следовательно, $ac > bc$.

9 Доказать, что если $ac < bc$ и $c > 0$, то $a < b$.

По условию $ac - bc \square 0$, $c(a - b) \square 0$ и $c \square 0$. Поэтому $a - b \square 0$.
Следовательно, $a < b$.

10 Заполнить пропуски.

1) Если сторона квадрата a такова, что $3,1 < a < 3,2$, то его периметр P таков: $< P < \dots$.

2) Если периметр квадрата P таков, что $60 < P < 64$, то его сторона a такова: $< a < \dots$.

11 Определить знак числа a , если:

1) $9a < 2a$;

2) $-10a > -12a$.

Ответ. $a \square 0$.

Ответ. $a \square 0$. $\triangleleft$

III

12 Прибавить к обеим частям исходного неравенства число m :

1) $a < b$, $m = 12$;

2) $a > b$, $m = -7$;

3) $a > b$, $m = 20$;

4) $a < b$, $m = 0,5$;

13 Вычесть из обеих частей исходного неравенства число k :

1) $-3 < 0$, $k = -1$;

2) $7 > 4$, $k = 8$;

14 Пусть $a < b$. Проставить в клетке знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство:

1) $-4a \square -4b$; 2) $0,5a \square 0,5b$; 3) $\frac{a}{-7} \square \frac{b}{-7}$;

4) $a(c^2 + 2) \square b(c^2 + 2)$; 5) $a(-5 - c^2) \square b(-5 - c^2)$.

15 Доказать, что если $8 - 6a < 12 - 7a$, то $a < 4$.

Сложение и умножение неравенств

4

I

1 Известно, что $a > 3$, $b > 5$. Доказать, что: 1) $a + b > 8$; 2) $ab > 15$.

1) Если $a > 3$, то 0. Если $b > 5$, то Сумма двух положительных чисел $(a - 3)$ и $(b - 5)$, т. е. $(a - 3) + (b - 5) \square 0$ или $a - 3 + b - 5 \square 0$, $a + b - 8 \square 0$. Откуда

2) Если $a > 3$, то Если $b > 5$, то Чтобы доказать, что $ab > 15$, нужно убедиться в том, что 0. Рассмотрим разность $ab - 15$ и преобразуем ее:

$ab - 15 = ab - 3b + 3b - 15 = (ab - 3b) + (3b - 15) = b(\dots - \dots) + 3(\dots - \dots) > 0$, так как $b \square 0$, $(a-3) \square 0$, $3 > 0$ и $\dots \square 0$. Следовательно, $ab > 15$. $\blacktriangleleft$

2 Заполнить пропуск в предложении:

Сумма двух сторон треугольника всегда третьей стороны.

3 Каким может быть число a — длина одной из сторон треугольника, если две другие его стороны равны 3 ед. и 5 ед.?

По свойству треугольника $a < \dots + \dots$, т. е. $a < \dots$.
С другой стороны, $a + 3 > \dots$, т. е. $a > \dots$. Итак, $\dots < a < \dots$. $\blacktriangleleft$

II

4 Сложить почленно неравенства:

1) $12 > 1$ и $1 > -3$;

2) $-9 < 2$ и $5 < 8$;

3) $-8 < -3$ и $-2 < 6$;

4) $0 > -5$ и $4 > -2$;

5) $a - 3 > 6 + b$ и $7 - 2a > 4 - b$;

6) $a + 1 < 2b - 3$ и $8 - 2a < 5 - 4b$.

5 Доказать, что диагональ выпуклого четырехугольника $ABCD$ меньше его полупериметра.

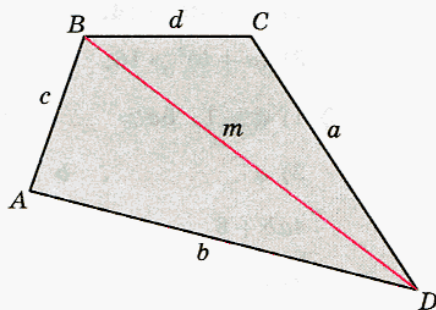
Рассмотрим, например, диагональ $BD = m$.

Из $\triangle ABD$ следует, что $m < \dots + \dots$.

Из $\triangle BCD$ следует, что $m < \dots + \dots$.

Складывая полученные неравенства, запишем:

$\dots < \dots + \dots + \dots + \dots$, откуда $m < \dots$. $\blacktriangleleft$



- 6 Длина прямоугольника больше 9 дм, а ширина больше 4 дм. Доказать, что периметр этого прямоугольника больше 29 дм.

Пусть a — длина прямоугольника, b — его ширина, тогда $a > 9$, $b > 4$, откуда $a + b > \dots$, а периметр прямоугольника $2(a + b) > \dots$

- 7 Выполнить умножение неравенств:

- 1) $8 > 5$ и $3 > 2$, $\dots$ 2) $12 < 18$ и $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$, $\dots$
 3) $24 > 10$ и $0,2 > 0,1$, $\dots$ 4) $a > 2$ и $b > 6$, $\dots$

- 8 Одна из сторон прямоугольника a больше 2 ед., но меньше 5 ед.; другая сторона b больше 3 ед., но меньше 10 ед. Каким числом квадратных единиц может быть площадь этого прямоугольника?

По условию $2 < a < 5$ и $3 < b < 10$.
 Выполним умножение неравенств (по условию задачи a и b — положительные числа):

$a < 5$ и $b < 10$, получим $ab < 50$.

$a > 2$ и $b > 3$, получим $ab > 6$.

Но ab — площадь прямоугольника, поэтому $6 < ab < 50$.

- 9 Известно, что a и b — положительные числа. Доказать, что:

- 1) если $a^2 > b^2$, то $a > b$; 2) если $a^3 < b^3$, то $a < b$.

1) Если $a^2 > b^2$, то $a^2 - b^2 > 0$ или $(a - b)(a + b) > 0$.

$a + b > 0$, так как $a > 0$ и $b > 0$, но тогда $a - b > 0$, т. е. $a > b$.

2) Если $a^3 < b^3$, то $a^3 - b^3 < 0$ или $(a - b)(a^2 + ab + b^2) < 0$.

$a^2 + ab + b^2 > 0$, так как $a^2 > 0$, $ab > 0$, $b^2 > 0$, но тогда $a - b < 0$,

т. е. $a < b$.

- 10 Доказать, что если $a > 1$ и $b > 3$, то:

- 1) $5a + 3b > 14$; 2) $4ab + 6 > 18$;

- 3) $(a + b)^2 > 16$; 4) $a^2 + b^2 > 10$.

1) $a > 1$, $5a > 5$; $b > 3$, $3b > 9$; $5a + 3b > 14$;

2) $a > 1$, $b > 3$, $ab > 3$; $4ab > 12$;

$4ab + 6 > 18$;

3) $a > 1$, $b > 3$, $a + b > 4$; $(a + b)^2 > 16$;

4) $a > 1$, $b > 3$; $a^2 > 1$, $b^2 > 9$;

$a^2 + b^2 > 10$.

III

11 Выполнить сложение неравенств:

- 1) $15 < 19$ и $-5 < 2$, 2) $4 > -3$ и $6 > 3$,
 3) $a - 5b > 1 + 2a$ и $3a + b > 8 - 2a$,
 4) $2a - 9b < a + 11$ и $3a + 11b < b - a$,

12 Выполнить умножение неравенств:

- 1) $4 < 5$ и $7 < 9$, 2) $12 > 11$ и $3 > 2$,
 3) $15 > 10$ и $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$, 4) $10 < 14$ и $\frac{1}{10} < \frac{1}{7}$,

13 Доказать, что если $a > 4$ и $b > 2$, то

- 1) $2ab + 8 > 24$; 2) $5a^2 + b^4 > 96$.

- 1) a 4, b 2, ab , $2ab$, $2ab + 8$
 2) a , b , a^2 , $5a^2$
 b^4 , $5a^2 + b^4$ ◀

Строгие и нестрогие неравенства



5

I

1 Заполнить пропуски:

- 1) $-5 < -1$ 2) $-1 > -6$ 3) $-2 > -4$ 4) $0 < 12$
 $\begin{array}{r} + \\ 4 = 4 \end{array}$ $\begin{array}{r} + \\ -5 = -5 \end{array}$ $\begin{array}{r} + \\ 6 = 6 \end{array}$ $\begin{array}{r} + \\ -2 = -2 \end{array}$
 -1 3 -6 -11

2 Заполнить пропуски:

- 1) $1 > -2$ 2) $-5 < 1$ 3) $-7 < -4$ 4) $2 > -9$
 $\begin{array}{r} \times \\ 5 = 5 \end{array}$ $\begin{array}{r} \times \\ 3 = 3 \end{array}$ $\begin{array}{r} \times \\ -2 = -2 \end{array}$ $\begin{array}{r} \times \\ -7 = -7 \end{array}$
 5 -10 -15 3

3 Дописать равенства и неравенства конкретными числами:

- 1) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{\text{...}}{\text{...}} = \frac{\text{...}}{\text{...}}$ 2) $\frac{2}{3} > \frac{\text{...}}{\text{...}} > \frac{\text{...}}{\text{...}}$ 3) $\frac{15}{25} < \frac{\text{...}}{\text{...}} < \frac{\text{...}}{\text{...}}$
 4) $\frac{15}{25} = \frac{\text{...}}{\text{...}} = \frac{\text{...}}{\text{...}} = \frac{\text{...}}{\text{...}}$ 5) $\frac{4}{7} < \frac{\text{...}}{\text{...}} < \frac{6}{7}$ 6) $\frac{2}{5} < \frac{\text{...}}{\text{...}} < \frac{3}{5}$

II

- 4 С помощью знаков неравенства записать следующие утверждения:

- 1) a — положительное число
- 2) b — отрицательное число
- 3) a^4 — неотрицательное число
- 4) $-a^4$ — неположительное число
- 5) $a^2 + 6$ — положительное число
- 6) $-6 - a^2$ — отрицательное число

- 5 Найти наибольшее целое число n , удовлетворяющее неравенству:

- 1) $n < 7$; 2) $n \leq 7$; 3) $n \leq -6$; 4) $n < -6$; 5) $n < \frac{1}{2}$; 6) $n \leq -\frac{1}{2}$.

$$n < 21, n = 20; n \leq 35, n = 35.$$

- 1) $n < 7, n = \dots$
- 2) $n \leq 7, n = \dots$
- 3) $n \leq -6, n = \dots$
- 4) $n < -6, n = \dots$
- 5) $n < \frac{1}{2}, n = \dots$
- 6) $n \leq -\frac{1}{2}, n = \dots$

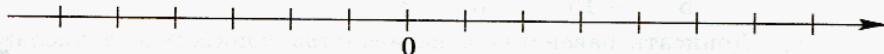
- 6 Найти наименьшее целое число n , удовлетворяющее неравенству:

- 1) $n \geq 9$; 2) $n > 9$; 3) $n > -11$; 4) $n \geq -11$; 5) $n \geq -8\frac{1}{3}$;
- 6) $n > -1\frac{4}{5}$.

$$n > 10, n = 11; n \geq 42, n = 42.$$

- 1) $n \geq 9, n = \dots$
- 2) $n > 9, n = \dots$
- 3) $n > -11, n = \dots$
- 4) $n \geq -11, n = \dots$
- 5) $n \geq -8\frac{1}{3}, n = \dots$
- 6) $n > -1\frac{4}{5}, n = \dots$

- 7 Отметить на числовой оси все целые числа, которые не больше 5 и не меньше -5 .



- 8 Найти наибольшее целое число x , удовлетворяющее неравенству:

- 1) $\frac{x}{5} < 3$; 2) $\frac{x}{2} \leq -5$.

$$\frac{x}{7} \leq -3 \mid \cdot 7, x \leq -21, x = -21.$$

- 1) $\frac{x}{5} < 3, \dots$
- 2) $\frac{x}{2} \leq -5, \dots$

- 9 Найти наименьшее целое число x , удовлетворяющее неравенству:

1) $\frac{x}{3} \geq -1$; 2) $\frac{x}{9} > 2$.

$\frac{x}{5} \geq -2 \mid \cdot 5, x \geq -10, x = -10$.

1) $\frac{x}{3} \geq -1$, 2) $\frac{x}{9} > 2$,
.....

- 10 Записать условие задачи с помощью неравенств.

1) Рост Антона (h см) не превышает роста Коли, равного 165 см, но больше роста Маши, равного 147 см.

147 $\square$ h $\square$ 165. $\triangleleft$

2) Число дней в году (m) не меньше 365 и не больше 366.

$\square$ m $\square$ $\triangleleft$

3) Чайник «Тефаль» (модель 208) вмещает (a л) не больше 1,7 воды.

..... $\triangleleft$

- 11 Доказать, что если $a + 3b \leq 2a + 7b$, то $a \geq -4b$

..... $\triangleleft$

- 12* Доказать, что $\frac{a^2}{a^4+1} \leq \frac{1}{2}$ при любом a .

.....

..... $\triangleleft$

III

- 13 С помощью знаков неравенств записать следующие утверждения:

1) $3a$ — положительное число

2) $\frac{b}{5}$ — отрицательное число

3) $4a^2$ — неотрицательное число

4) $-\frac{b^2}{6}$ — неположительное число

5) $7 + a^4$ — положительное число

6) $-b^4 - 7$ — отрицательное число

14 Найти наибольшее целое число m , удовлетворяющее неравенству:

1) $m < 2,3$; 2) $m \leq 1,6$; 3) $m \leq -15$; 4) $m < -17$.

1) $m < 2,3$, $m = \dots$ 2) $m \leq 1,6$, $m = \dots$

3) $m \leq -15$, $m = \dots$ 4) $m < -17$, $m = \dots$ 

15 Найти наименьшее целое число m , удовлетворяющее неравенству:

1) $m \geq 5,6$; 2) $m > 7,5$; 3) $m > -17$; 4) $m \geq -15$.

1) $m \geq 5,6$, $m = \dots$ 2) $m > 7,5$, $m = \dots$

3) $m > -17$, $m = \dots$ 4) $m \geq -15$, $m = \dots$ 

Неравенства с одним неизвестным

6

I

1 Верно ли неравенство («да» или «нет»)?

$(-5) \cdot (-6) > 0$ Да 

- 1) $-7 \cdot 3 < 0$ ; 2) $\frac{14}{-2} > 0$ ;
- 3) $\frac{-6}{-18} < 0$ ; 4) $10 \cdot 1,2 - 15 < 0$ ;
- 5) $1,5 \cdot 2 - 2,7 > 0$ ; 6) $\frac{2}{3} \cdot 12 - 7 > 0$ .

2 Записать в виде неравенства следующие утверждения:

- 1) сумма чисел 3 и x меньше 1 
- 2) разность чисел x и 8 больше 19 
- 3) произведение чисел 10 и x не больше 15 
- 4) частное чисел x и 3 не меньше 6 
- 5) утроенная сумма чисел x и 7 не больше -15 
- 6) полусумма чисел 2 и x не меньше их разности 

3 Найти значения x , при которых верно неравенство:

- 1) $5x < 0$ при x  2) $-4x > 0$ при x 
- 3) $\frac{1}{2}x^2 + 1 > 0$ при  4) $(x+3)^2 > 0$ при 

II

4 Построить график функции и с его помощью заполнить пропуски:

1) $y = 2x + 2$,

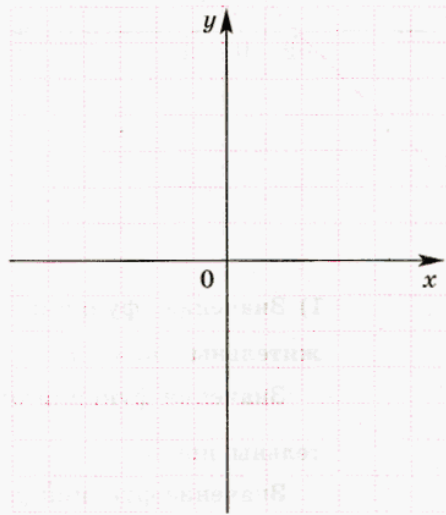
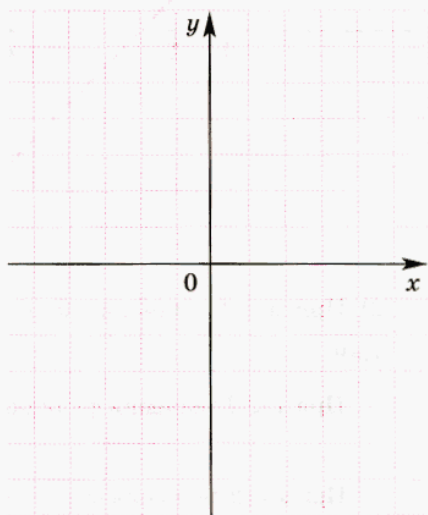
2) $y = -x + 3$,

$y(-2) = \dots\dots\dots$

$y(2) = \dots\dots\dots$

если $y = 0$, то $x = \dots\dots\dots$

если $y = -4$, то $x = \dots\dots\dots$



5 Из чисел 7; 5; 2; 1,5; 0; -2 выписать те, которые являются решениями неравенства:

1) $2x - 3 \geq 1$, $\dots\dots\dots$

2) $4 - x < 3$, $\dots\dots\dots$

3) $4(x - 1) < -2$, $\dots\dots\dots$

4) $2(1 - x) \geq -1$, $\dots\dots\dots$

6 Решить неравенство:

1) $-5x < 0$, $\dots\dots\dots$

2) $4x > 0$, $\dots\dots\dots$

3) $\frac{1}{-2}x^2 - 1 < 0$, $\dots\dots\dots$

4) $(x - 3)^2 < 0$, $\dots\dots\dots$

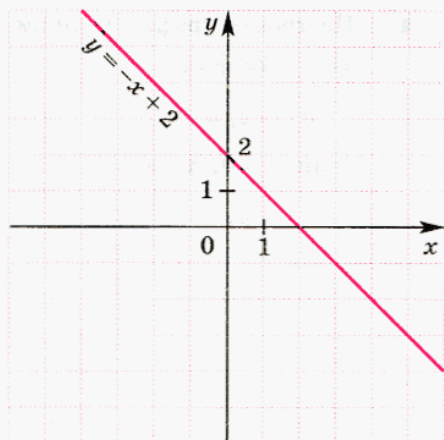
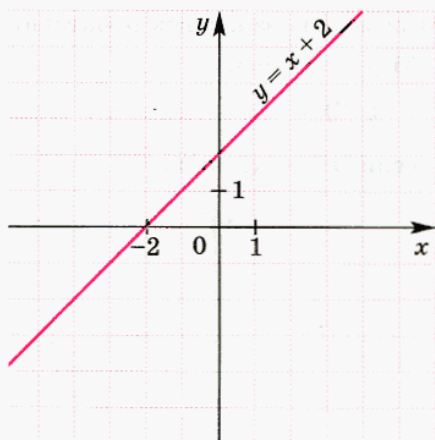
7 Доказать, что при любом значении x справедливо неравенство:

1) $4x(x - 1) + (5x - 1)(x + 1) > -16$;

2) $(x - 4)(x + 4) - 2x^2 < 1$.

.....

- 8 Построен график функции (см. рис.). С помощью графика заполнить пропуски.



1) Значения функции положительные при x

Значения функции отрицательны при x

Значение функции равно 0 при x

Значения функции больше 2 при x

Значения функции меньше 2 при x

2) При $x > 2$ значения функции

При $x < 2$ значения функции

При $x = 2$ значения функции

При $x > -1$ значения функции 3.

При $x < -1$ значения функции 3.



- 9 Из чисел 3; 0; $\frac{1}{3}$; -1; 1 выписать те, которые являются решениями неравенства:

1) $3x - 2 < 0$,

2) $1 - 6x > 0$,

3) $x + 1 \geq 4$,

4) $-x \leq -2$,

- 10 Решить неравенство:

1) $15x < 0$,

2) $-8x > 0$,

3) $\frac{x}{7} > 0$,

4) $\frac{x}{11} < 0$,

Решение неравенств

7

I

- 1 Умножить обе части исходного неравенства на число m и результат записать в таблицу:

Исходное неравенство	$m = 2$	$m = -1$	$m = -2$	$m = 4$	$m > 5$	$m < -5$
$3 > \frac{1}{2}$		$-3 < -\frac{1}{2}$				
$4 > -1$		$-4 < 1$				

- 2 Разделить обе части исходного неравенства на число k и результат записать в таблицу:

Исходное неравенство	$k = 4$	$k = 9$	$k = -\frac{1}{3}$	$k = -\frac{1}{8}$
$24 > -48$	$6 > -12$			
$-5 < -1$	$-\frac{5}{4} < -\frac{1}{4}$			

- 3 Упростить выражение:

1) $3(4 - 2x) + 7(1 - x) = \dots\dots\dots$

2) $8(x - 2) - 4(1 - 2x) = \dots\dots\dots$

II

- 4 Решить неравенство устно и записать ответ:

1) $x + 3 < 2$;

2) $x - 2 > -3$;

Ответ. $\dots\dots\dots$

Ответ. $\dots\dots\dots$

3) $-2x < 6$;

4) $-3x > -18$.

Ответ. $\dots\dots\dots$

Ответ. $\dots\dots\dots$

- 5 Решить неравенство и изобразить множество его решений на числовой оси:

1) $3x + 7 < 13$;

2) $6x - 5 > 13$;



3) $2 - 3x < 14$;

4) $11 - 4x > 19$.



- 6 Решить неравенство:

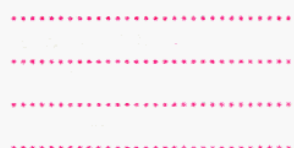
1) $6(x - 5) > 2(x - 3)$;

2) $7(y + 1) < 9(y - 3)$;



3) $\frac{x-3}{4} < 3$;

4) $\frac{2x-3}{2} \geq \frac{2-x}{3}$.



- 7 Найти те значения аргумента x , при которых значения функции $y = -3x + 12$:

1) больше 0,

2) меньше 0,

3) больше -3 ,

4) не больше 6,



- 8 Решить неравенство:

1) $2x + 20 > 0$;

2) $1 - 2x \leq 3$.

.....
.....
Ответ.

.....
.....
Ответ.

- 9 Найти наибольшее целое число, являющееся решением неравенства:

1) $5 - 6x > 2(4 - x)$;

2) $6(1 - x) > x - 1$.

Ответ.

10 Найти наименьшее целое число, являющееся решением неравенства:

1) $3,2x - 2 > 2x + 0,4$;

2) $5,5 + 4x > 1 + x$.

Ответ.

Ответ.

11 Решить неравенство и изобразить множество его решений на числовой оси:

1) $\frac{x-6}{3} < -1$;

2) $\frac{x-1}{5} - \frac{x-2}{3} \geq \frac{2}{15}$.

Системы неравенств с одним неизвестным. Числовые промежутки

§ 8

I

1 Поставить в клетке знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство:

1) $-2 \cdot 3$ $1 \cdot (-3)$;

2) $0 \cdot (-4)$ $5 \cdot (-4)$;

3) $\frac{1}{2} \cdot (-10)$ $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-10)$;

4) $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot 15$ $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 18$.

- 2 Решить неравенство и изобразить множество его решений на числовой оси:

1) $9x > 27$; 2) $7x < 21$; 3) $5x \leq -40$;



4) $6x \geq -36$; 5) $-4x \leq -9$; 6) $-8x \geq -3$.



- 3 Из чисел, записанных во второй строке, выбрать те, которые являются решениями данного неравенства, и подчеркнуть их:

1) $4x < 3x + 4$; 2) $2(x + 4) < -16$;
10; -2; 0; 4; 1; 5; 4; -4; -12; -14; 0; -9.

II

- 4 Из чисел, записанных рядом с системой неравенств, выбрать нужные и заполнить таблицу:

1) $\begin{cases} x + 2 < 5, \\ 2 - x \leq 3; \end{cases}$ -2; -1; 0; 2 2) $\begin{cases} 3x - 2 \leq 4, \\ x - 3 > -2; \end{cases}$ -3; 2; 1; 4
3) $\begin{cases} 4x - 5 \geq -1, \\ x + 6 > 2; \end{cases}$ -3; 0; 1; 3 4) $\begin{cases} x - 7 < -2, \\ 2x + 1 < 10. \end{cases}$ -4; 0; -1; 2

Система	1	2	3	4
Данные числа	-2; -1; 0; 2	-3; 2; 1; 4	-3; 0; 1; 3	-4; 0; -1; 2
Решения 1-го неравенства	-2; -1; 0; 2			
Решения 2-го неравенства	-1; 0; 2			
Решения системы	-1; 0; 2			

- 5 Найти все целые числа, являющиеся решениями системы неравенств:

1) $\begin{cases} x > -2, \\ x < 8; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x \leq 4, \\ x \geq -4; \end{cases}$

Ответ. Ответ.

$$3) \begin{cases} x > -7, \\ x \leq 0; \end{cases}$$

Ответ.

$$4) \begin{cases} x < 3,7, \\ x \geq -2,5. \end{cases}$$

Ответ.

- 6 Изобразить на числовой оси множество чисел x , удовлетворяющих двойному неравенству:

1) $-7 < x < -3$;



2) $0 \leq x \leq 3,5$;



3) $-2\frac{1}{2} \leq x < 1,5$;



4) $-4\frac{1}{2} < x \leq -0,5$.



- 7 Изобразить на числовой оси числовые промежутки:

1) $(-2; 3)$;



2) $[4; 9]$;



3) $[-10; -5]$;



4) $(0; 4\frac{1}{2}]$.



- 8 Множество чисел, изображенных на числовой оси, записать в виде двойного неравенства и числового промежутка:



$0 < x \leq 6, (0; 6]$.



.....,



.....,



.....,



.....,

- 9 Установить, является ли число x_0 решением системы неравенств («да» или «нет»):

1)
$$\begin{cases} 2x + 1 > 1, \\ x - 3 < 0, \\ 2 - x > 1; \end{cases} \quad x_0 = 1$$

Ответ.

2)
$$\begin{cases} 5 - x < 4, \\ 4x - 7 > 1, \\ 3x + 6 > 0. \end{cases} \quad x_0 = 3$$

Ответ.

- 10* На одной координатной плоскости изображены графики линейных функций $y = \frac{3}{2}x - 3$ и $y = \frac{1}{2}x + 1$. Заполнить пропуски в предложениях.

1) Значения обеих функций положительны при

2) Значения обеих функций отрицательны при

3) Значения функции

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

не меньше 0 и не больше 3 при

4) Если $-2 < x < 2$, то значения функции $y = \frac{3}{2}x - 3$

(положительны, отрицательны).

5) Если $-2 < x < 2$, то значения функции $y = \frac{1}{2}x + 1$

6) Если $x > 4$, то значения функции $y = \frac{3}{2}x - 3$ соответствующих значений функции $y = \frac{1}{2}x + 1$

7) Значения функции $y = \frac{1}{2}x + 1$ больше соответствующих значений функции $y = \frac{3}{2}x - 3$ при

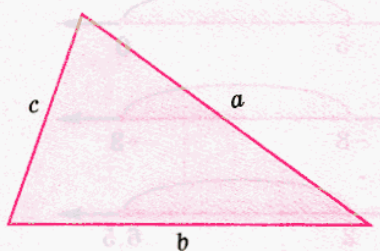
- 11* Одна сторона треугольника равна 2,4 дм, а другая 5,2 дм. Какой может быть длина третьей стороны, если она выражается целым числом дециметров?

$$a < b + c$$

$$b < a + c, b - c < a$$

$$c < a + b$$

$$b - c < a < b + c$$



Пусть длина третьей стороны треугольника x дм, тогда по свойству сторон треугольника имеем:

$$..... < x <; < x <$$

Ответ.

III

12

Из чисел, записанных справа от системы, выбрать нужные и заполнить пропуски:

$$1) \begin{cases} 6 - x < 10, \\ 2x + 7 \geq 1; \end{cases} \quad 0; -5; -3,5; -3 \quad 2) \begin{cases} 8 - 2x > 1, \\ 3x + 2 \geq -1. \end{cases} \quad 4; -1; 1,5; 0$$

Решения 1-го неравенства:

.....

Решения 2-го неравенства:

.....

Решения системы:

.....

Решения 1-го неравенства:

.....

Решения 2-го неравенства:

.....

Решения системы:

.....

13

Заполнить таблицу:

Двойное неравенство	Числовой промежуток	Изображение на числовой оси
$-9 < x < 0$	$(-9; 0)$	
$-3 \leq x < 7$		
$-0,5 < x \leq 6$		
$-11 \leq x \leq 11$		
	$(-5; 5]$	
	$(1, 2; 3, 5)$	
	$\left[-4\frac{3}{5}; -1\frac{1}{5}\right]$	
	$[0, 6; 9]$	

Решение систем неравенств



9

I

1 Решить неравенство:

1) $-9x \leq 81$; 2) $-15x \geq -30$;

3) $14 > 7x$; 4) $64 < -8x$;

5) $2x - 3 > 7x - 5$; 6) $3x + 4 < 5x + 3$

2 Изобразить на числовой оси множество чисел x , удовлетворяющих данному неравенству или системе неравенств:

1) $x < 8,5$; 2) $x > -7\frac{1}{2}$; 3) $x \geq -2,7$; 4) $x \leq 6$;



5) $\begin{cases} x \geq 1, \\ x \leq 5; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x > 3, \\ x \leq 7; \end{cases}$ 7) $\begin{cases} x < -2, \\ x \geq -6; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x < 0, \\ x > -4. \end{cases}$



3 Раскрыть скобки и привести подобные члены:

1) $(2x + 10) - (3x - 12) =$

2) $(3x - 7) + (1 - x) =$

3) $2(4x + 1) - 3(2 + x) =$

4) $7(x - 2) + 2(-5 - 6x) =$

II

4 Изобразить решения данной системы неравенств на числовой оси и записать ответ.



$$1) \begin{cases} x > 3; \\ x > 1; \end{cases}$$



Ответ.

$$2) \begin{cases} x \geq -5; \\ x \geq -1; \end{cases}$$



Ответ.

$$3) \begin{cases} x \leq -5; \\ x \leq -1; \end{cases}$$



Ответ.

$$4) \begin{cases} x > 2; \\ x < 9; \end{cases}$$



Ответ.

$$5) \begin{cases} x < -4; \\ x \geq -8. \end{cases}$$



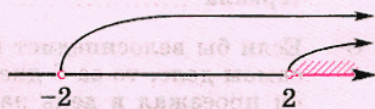
Ответ.

5 Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} 6x > 12, \\ 2x > -4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 2, \\ x > -2. \end{cases}$$

Ответ. $x > 2$.



$$1) \begin{cases} 3x + 9 \leq 0, \\ 4x - 8 < 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x + 10 > 0, \\ 2x - 3 < 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 15 - 3x > 0, \\ 1 - x < -3. \end{cases}$$

Ответ.

Ответ.

Ответ.

6 Решить систему неравенств:

$$1) \begin{cases} 5x - 12 > x, \\ x - 15 > 3x + 1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5(x + 1) \leq 2(2x + 1), \\ 3x + 2 \leq -1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3 > x - 5, \\ 3x - 2 > 4x - 3; \end{cases}$$



$$(1) 2x - 3 > x - 5,$$

$$2x - x > 3 - 5, x > -2.$$

$$(2) 3x - 2 > 4x - 3,$$

$$3x - 4x > 2 - 3, x < 1.$$

Ответ. $-2 < x < 1$.

- 7 Длина основания равнобедренного треугольника равна 16 см. Каким числом может быть выражена длина боковой стороны, если известно, что периметр треугольника меньше 90 см?

► Пусть x см — длина боковой стороны треугольника, тогда его периметр равен
По условию < 90 , по свойству сторон треугольника
..... $+ \dots > 16$.

Получаем систему неравенств: $\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

Решаем систему неравенств:

$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

Ответ. Длина боковой стороны может быть любым числом из интервала $\blacktriangleleft$

- 8 Если бы велосипедист проезжал в день на 10 км больше, чем на самом деле, то за 6 дней он проехал бы меньше 420 км. Если бы он проезжал в день на 5 км меньше, чем на самом деле, то за 12 дней он проехал бы больше 420 км. Сколько километров мог проезжать за один день этот велосипедист?

► Пусть за один день велосипедист проезжал x км. Если бы он проезжал в день на 10 км больше, т. е. км, то за 6 дней он проехал бы км. По условию < 420 .
Если бы велосипедист проезжал в день на 5 км меньше, т. е. км, то за 12 дней он проехал бы км. По условию > 420 .

Получаем систему: $\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

Ответ. Велосипедист мог проезжать за день больше км, но меньше км. $\blacktriangleleft$

- 9* Решить систему неравенств:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} x+3 < 0, \\ 5-x > 0, \\ 6x+12 \leq 0; \end{cases} & 2) \begin{cases} 4x-8 > 0, \\ x-4 > 0, \\ x+1 < 0. \end{cases} \end{array}$$

.....
.....
.....

Ответ. Ответ. $\blacktriangleleft$

III

10 Изобразить решение данной системы неравенств на числовой оси и записать ответ:

1) $\begin{cases} x > 0, \\ x > 6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x < 0, \\ x \leq -7; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x \leq 1, \\ x > -2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq 1,5. \end{cases}$



Ответ. Ответ. Ответ. Ответ.

11. Решить систему неравенств:

1) $\begin{cases} 15x - 30 > 0, \\ 2x + 7 \geq 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2 - 3x < 0, \\ 6x + 1 < 0; \end{cases}$
 3) $\begin{cases} x - 3 < 0, \\ 4x + 9 > 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x}{4} + 3 < 6 - \frac{x}{8}, \\ 7(2x - 5) < 5(x - 7). \end{cases}$

1)

.....

.....

.....

.....

.....

Модуль числа. Уравнения и неравенства, содержащие модуль

10

I

1 Заполнить таблицы:

1) Данное число	7	-3	$\frac{6}{11}$	-2,1	$a + 3$	$2a - 7$
Число, противоположное данному		3				

2)	Данное число	4	-4	0	3	-8,7	a^2
	Модуль данного числа		4				

2 Изобразить на числовой оси множество чисел:

1) $0 < x < 5$;

2) $-5 < x < 0$;



3) $1,5 < x \leq 4,5$;

4) $-2,5 \leq x < -0,5$.



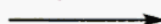
3 Решить систему неравенств:

1) $\begin{cases} x > 11, \\ x > 17; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x < 11, \\ x < 17; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x \leq -3, \\ x \geq -5; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x > 5, \\ x < 3. \end{cases}$



4 Решить уравнение:

1) $-x = 5$;

2) $-x = -3,2$;

3) $-3x = 63$;

4) $-\frac{1}{4}x = -1$

II

5 Заполнить пропуски:

1) $|a| = \begin{cases} a, & \text{если } \dots\dots\dots, \\ -a, & \text{если } \dots\dots\dots; \end{cases}$

2) $|m| = \begin{cases} \dots\dots\dots, & \text{если } m \geq 0, \\ \dots\dots\dots, & \text{если } m < 0. \end{cases}$

6 Вычислить устно и записать ответ:

1) $|5| + |-5| = \dots\dots\dots$

2) $|-6| - |6| = \dots\dots\dots$

3) $9 \cdot |5 - 7| = \dots\dots\dots$

4) $|10 - 10| \cdot 7 = \dots\dots\dots$

5) $-3 \cdot |-4| = \dots\dots\dots$

6) $|-18| : |-3| = \dots\dots\dots$

7 Дописать утверждения.

1) Если $a > 0$, то $a + |a| = \dots\dots\dots$

2) Если $a < 0$, то $a + |a| = \dots\dots\dots$

3) Если $a < 0$, то $a - |a| = \dots\dots\dots$

4) Если $a > 0$, то $a - |a| = \dots\dots\dots$

5) Если $a > 0$, то $\frac{|a|}{a} = \dots\dots\dots$

6) Если $a < 0$, то $\frac{a}{|a|} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

8 Решить уравнение:

$$1) \quad |7 - 14x| = 0;$$

$$2) \quad 8|x| + |-5| = 5;$$

Ответ.

3) $|x| = 1$;

Ответ.

5) $3|2-3x| = -15;$

Ответ.

9 Решить уравнение:

$|7 - 6x| = 1$

$$\begin{aligned} 1) \quad 7 - 6x &= 1, \\ -6x &= -6, \\ x &= 1. \end{aligned}$$

Ответ. $x_1 = 1, x_2 = \frac{4}{3}$. 

$$\begin{aligned} 2) \quad 7 - 6x &= -1, \\ -6x &= -8, \\ x &= \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

1) $|7 + 4x| = 5$;

$$2) \quad |9 - 2x| = 3;$$

Ответ.

3)* $|3x - 6| = x$;

Ответ.

Ответ.

4)* $|x-1| + x = -3.$

Ответ.

10* Дописать утверждение.

Если $1 < x < 2$, то $x + |1 - x| + 2|x - 2| =$

11

Заполнить таблицу:

Неравенство с модулем	Запись неравенства с модулем в виде двойного неравенства или системы неравенств	Изображение множества решений неравенства на числовой оси
$ x < 7$	$-7 < x < 7$	
$ x \leq 15$		
	$-3,4 \leq x \leq 3,4$	
	$-7\frac{1}{2} < x < 7\frac{1}{2}$	
$ x \geq 5$		

12

Решить неравенство:

- 1) $|x+1| < 1$; 2) $|3-x| \leq 2$; 3) $|1+2x| > 1$;
 4) $|3-4x| \geq 9$; 5) $|5-2x| > -4$; 6) $|6-x| \leq 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

- 13* Найти такие значения a и b , чтобы решениями неравенства $|x-a| \leq b$ был отрезок $-5 \leq x \leq 9$.

Запишем неравенство $|x-a| \leq b$ в виде
Это двойное неравенство означает то же самое, что и система неравенств

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}, \quad \text{откуда} \quad \begin{cases} x \geq \dots\dots\dots \\ x \leq \dots\dots\dots \end{cases}$$

По условию = -5 и = 9.

Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

Ответ. $a = \dots\dots\dots$, $b = \dots\dots\dots$.

III

- 14 Решить уравнение:

1) $72 + 9|x| = 0$;

2) $|8x - 1| = 9$.

.....
.....

Ответ.

- 15 Решить неравенство:

1) $|5x - 7| < 3$;

2) $|6x + 1| \geq 11$.

.....
.....

Ответ.

II Приближенные глава ВЫЧИСЛЕНИЯ

Приближенные значения величин.
Погрешность приближения



11

I

1 Вычислить устно и записать ответ:

1) $\left| -\frac{3}{7} \right| + \left| \frac{4}{7} \right| =$

2) $\left| -\frac{5}{8} \right| - \left| -\frac{3}{8} \right| =$

3) $|-0,73| - |-0,23| =$

4) $|-1,27| - |2,47| =$

5) $\left| -\frac{2}{3} \right| \cdot \left| \frac{6}{5} \right| =$

6) $\left| -\frac{3}{7} \right| : \left| -\frac{9}{14} \right| =$

2 Вычислить:

1) $|3,5 - 3,683| =$

2) $|-7,6 + 7,38| =$

3) $\left| \frac{3}{8} - 0,37 \right| =$

4) $\left| -7\frac{7}{8} - (-7,8) \right| =$

3 $\begin{array}{r} 8 \\ \dots \end{array}$

7 $\begin{array}{r} 8 \\ \dots \end{array}$

3 Решить уравнение:

1) $|x - 3| = 7;$

2) $|4 - x| = 9;$

▶ (1)

(1)

(2)

(2)

Ответ.

Ответ. ◀

3) $|2x - 3| = 3;$

4) $|7 - 2x| = 9.$

▶ (1)

(1)

(2)

(2)

Ответ.

Ответ. ▶

II

4 Погрешность приближения:

- 1) числа 23 числом 17 равна
 2) числа — 16 числом — 14 равна

5 Погрешность приближения числа x числом a равна b . Найти:
 1) x , если $a=3,27$, $b=0,03$; 2) a , если $x=-5,47$, $b=0,007$.

- 1) Решим уравнение $|x-3,27|=0,03$. 2) Решим уравнение $|-5,47-a|=0,007$.

(1) (1)

(2) (2)

Ответ. $x_1=$ $x_2=$ Ответ. $a_1=$ $a_2=$ 

6 С помощью графиков получили, что прямые $y=7x-6$ и $y=2$ пересекаются в точке с абсциссой $x=1$. Найти погрешность этого приближения.

.....
 Ответ. 

7* Найти число x , если погрешность его приближения числом 4 в 10 раз меньше числа x .

Решим уравнение $|x-4|=\frac{x}{10}$.

(1)

(2)

Ответ. $x_1=4\frac{4}{9}$, $x_2=3\frac{7}{11}$. 

8* Пусть y — погрешность приближения числа $\frac{5}{6}$ числом 0,83. Найти погрешность приближения числа y числом 0,1.

.....

 Ответ. $\frac{1}{300}$. 

III

9 Погрешность приближения:

1) числа $\frac{6}{11}$ числом 0,5 равна

2) числа — 17,89 числом — 17,9 равна

- 10 Что больше: погрешность приближения числа $\frac{1}{7}$ числом $\frac{1}{6}$ или числа $\frac{1}{5}$ числом $\frac{1}{6}$?

Ответ.

- 11 Верно ли, что погрешность приближения числа $\frac{3}{11}$ числом 0,3 меньше $\frac{3}{111}$?

Ответ.

- 12 С помощью графиков получили, что прямые $y=8x+10$ и $y=1$ пересекаются в точке с абсциссой $x=-1$. Найти погрешность этого приближения.

Оценка погрешности



12

I

- 1 Записать утверждения в виде неравенства.

1) Погрешность приближения числа $\frac{1}{3}$ числом 0,4 меньше 0,1:

2) Погрешность приближения числа $-\frac{5}{8}$ числом $-0,6$ не больше 0,025:

- 2 Записать неравенство в виде двойного неравенства и системы двух неравенств:

1) $|x-3| \leq 8$;

2) $|4-7x| \leq 2$.

- 3 Записать двойное неравенство в виде неравенства, содержащего знак модуля:

1) $-3 \leq x + 7 \leq 3$;

2) $-2 \leq 3 - 5x \leq 2$.

$| \dots \dots \dots | \leq \dots \dots \dots$

- 4 Решить неравенство:

1) $|x - 2,7| \leq 0,7$;

2) $|x + 3,4| \leq 0,4$.

$\dots \dots \dots$
 $\dots \dots \dots$

II

- 5 Найти устно наибольшее и наименьшее значения x и заполнить таблицу:

x	Наибольшее значение	Наименьшее значение
$x = 193 \pm 3$		
$x = 7 \frac{1}{2} \pm \frac{1}{3}$	$7 \frac{5}{6}$	$7 \frac{1}{6}$
$x = -231 \pm 2$		
$x = -0,322 \pm 0,02$		

- 6 Пусть $x = -6,3 \pm 0,7$. Выяснить, может ли точное значение x быть равным («да» или «нет») числу:

1) 5,9 $\dots \dots \dots$ 2) -7,1 $\dots \dots \dots$

3) -5,5 $\dots \dots \dots$ 4) -6,9 $\dots \dots \dots$

- 7 Доказать утверждения.

Число $-13,4$ является приближенным значением числа $-13,423$ с точностью до 0,1.

$| -13,423 - (-13,4) | = 0,023 \leq 0,1$.

1) Число $-8,5$ является приближенным значением числа $-8,367$ с точностью до 0,3.

2) Число $-0,27$ является приближенным значением числа $-\frac{11}{40}$ с точностью до 0,01.

1)

- 8* Найти такие значения a и h , чтобы запись $x = a \pm h$ означала, что $9,01 \leq x \leq 9,05$.

$$\begin{cases} a - h = \dots\dots\dots, \\ a + h = \dots\dots\dots, \end{cases}$$

Ответ. $a = 9,03$, $h = 0,02$.

- 9 Диаметр планеты Марс равен (6776 ± 5) км, а диаметр Юпитера равен $(141\,700 \pm 100)$ км. Какими могут быть точные значения этих диаметров?

Ответ. Диаметр Марса: $\dots\dots\dots \leq x \leq \dots\dots\dots$,

Юпитера: $\dots\dots\dots \leq x \leq \dots\dots\dots$.



- 10 Записать в виде двойного неравенства:

1) $x = 6,23 \pm 0,17$
 2) $x = 7\frac{2}{3} \pm \frac{1}{6}$
 3) $x = -17,27 \pm 0,13$
 4) $x = -13\frac{5}{12} \pm \frac{7}{12}$

- 11 Выполнив вычисления устно, записать в верхней клетке наименьшее, а в нижней — наибольшее значение x :

1) $x = 217 \pm 5$

; 2) $x = 12\frac{1}{3} \pm \frac{1}{6}$

;
 3) $x = -187 \pm 4$

; 4) $x = -3,23 \pm 0,03$

.

- 12 Пусть $x = -3,7 \pm 0,3$. Выяснить, может ли число x быть равным («да» или «нет») числу:

1) $-3,95$ 2) $-4,1$
 3) $-3,3$ 4) $-3,4$

Округление чисел

§ 13

I

- 1 Округлить число 7,473:
1) до единиц ; 2) до десятых ; 3) до сотых
- 2 Выяснить, какое приближение числа 5,384 точнее (погрешность приближения меньше):
1) числом 5 или числом 6: $|5,384 - 5| = \dots\dots\dots = |5,384 - \dots\dots\dots| = \dots\dots\dots$ Ответ. Первое;
2) числом 5,3 или числом 5,4
Ответ.
3) числом 5,38 или числом 5,39
Ответ.
4) числом 5,383 или числом 5,385
Ответ.

II

- 3 При округлении числа $x = 2,73\dots$ до сотых получили $x \approx 2,74$. Какая цифра в записи числа x может стоять на четвертом месте?
Ответ.
- 4 При округлении числа $x = 4,76$ до сотых получили $x \approx 4,76$. Какая цифра в записи числа x может стоять на четвертом месте?
Ответ.
- 5 Округлить число до единиц, десятых и сотых долей:
1) 53,725
2) 68,453
- 6 Округлить данное число до десятых и до сотых, найти погрешности приближений:
1) 17,836
2) 23,584
- 7 Найти приближение смешанного числа: 1) $2\frac{7}{9}$; 2) $4\frac{8}{15}$ — десятичной дробью с одним и с двумя знаками после запятой так, чтобы погрешности приближений были наименьшими.

$3\frac{5}{6} = 3,833\dots$. По правилу округления чисел

$3\frac{5}{6} \approx 3,8$, $3\frac{5}{6} \approx 3,83$.

- 1) $2\frac{7}{9}$
 2) $4\frac{8}{15}$ ▷

8 Найти приближение обыкновенной дроби десятичной дробью с одним и с двумя знаками после запятой так, чтобы погрешности приближений были наименьшими; записать результат в виде обыкновенной дроби:

- 1) $\frac{4}{7}$
 2) $\frac{5}{11}$

9* Автомобиль движется со скоростью 63 км/ч. Выразить эту скорость в метрах в секунду и округлить результат до 1 м/с.

.....
 Ответ. 18 м/с. ▷



10 Округлить до единиц, десятых и сотых долей число 23,347.

11 Округлить число до сотых долей и найти погрешность приближения:

- 1) 7,453
 2) 8,587

Относительная погрешность



14



1 Найти:

- 1) 20% от числа 235
 2) 15% от числа 150

2 Выяснить, сколько процентов составляет:

- 1) число 17 от числа 272
 2) число 78 от числа 65

- 3 Найти с точностью до 0,1%, сколько процентов составляет:
- 1) число 3 от числа 78
 - 2) число 0,2 от числа 17
- 4 Найти абсолютную погрешность приближения, если:
- 1) длина стола равна 1,4 м, а при измерении получено 1,6 м;
 - 2) расстояние между пунктами А и В равно 6,8 км, а при измерении получено 6,6 км.
- Ответ. 1) 2)
- 5 Число $|x - 3,2|$ составляет 2% от числа 3,2. Найти x .
-
- Ответ.

II

- 6 С точностью до 0,1 найти относительную погрешность приближения:
- 1) числа $\frac{1}{3}$ числом $\frac{2}{7}$
 - 2) числа $\frac{1}{2}$ числом $\frac{2}{9}$
- 7 Найти в процентах относительную погрешность приближения:
- 1) числа 0,2 числом $\frac{2}{9}$
 - 2) числа 0,4 числом $\frac{4}{11}$
- 8 Найти в процентах относительную погрешность измерений, приведенных в задаче 4:
- 1) ; 2)
- 9 Число 4,72 является приближенным значением числа x с относительной погрешностью 3%. Найти абсолютную погрешность этого приближения.
-
- 10* Найти число x , если его приближенное значение с недостатком равно 5,3 и относительная погрешность этого приближения равна 10%.
-
- Ответ. $x = 5,83$.
- 11 Диаметр планеты Уран равен $(5,07 \cdot 10^4 \pm 100)$ км. Длина рулона обоев равна $(18 \pm 0,5)$ м. Какое измерение более точное?
-

III

12 Найти абсолютную и относительную погрешности приближения:

1) числа 0,26 числом $\frac{1}{4}$

2) числа $\frac{2}{5}$ числом $\frac{1}{3}$

13 С точностью до 0,1% найти относительную погрешность приближения:

1) числа $\frac{3}{7}$ числом 0,4

.....

2) числа $\frac{7}{11}$ числом 0,6

.....

14 Какое измерение точнее: $x = (600 \pm 1)$ км или $y = (8 \pm 0,1)$ см?



Стандартный вид числа

16

I

Стандартный вид числа — запись $a \cdot 10^n$, где $1 \leq a < 10$, n — натуральное число.

1 Записать в стандартном виде число:

1) 2370000 =

2) 456300 =

2 Округлить число до тысяч и записать результат в стандартном виде:

1) 23756 =

2) 375521 =

II

Стандартный вид числа — запись $a \cdot 10^n$, где $1 \leq |a| < 10$, n — целое число; a — мантисса, n — порядок числа.

3 Заполнить таблицу:

Число	342000	-7800000	0,00243	-0,000678
Стандартный вид числа			$2,43 \cdot 10^{-3}$	
Знак числа			+	
Мантисса			2,43	
Знак порядка			-	
Порядок			-3	

4 Округлив мантиссу до сотых, найти погрешность полученного приближения числа:

1) $3,7523 \cdot 10^2$

Ответ. 0,23.

2) $7,8261 \cdot 10^{-3}$

Ответ. $3,9 \cdot 10^{-6}$.

5 Вычислить и результат проверить умножением:

1) $0,6216:168 =$

Проверка:

2) $0,6419:131 =$

Проверка:



6 Вычислить на МК:

1) $(4,56 \cdot 10^9) \cdot (3,22 \cdot 10^{-10}) =$

2) $(3,68 \cdot 10^{23}) \cdot (5,75 \cdot 10^{-21}) =$

3) $2431:(5,72 \cdot 10^7) =$

4) $235:(1,88 \cdot 10^{14}) =$

III Квадратные корни

глава

Арифметический квадратный корень



20

I

1 Вычислить:

1) $11^2 =$ 2) $(0,1)^2 =$

3) $\left(1\frac{2}{7}\right)^2 =$ 4) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^2 =$

2 Из чисел 3; -2 ; $\frac{1}{2}$ выписать те, которые являются корнями уравнения:

1) $3x + 7 = 1$ 2) $5 - 4x = 3$

3) $(x - 3)(x + 2)$ 4) $(2x - 1)(x - 3)$

5) $x^2 - 1 = 8$ 6) $x^2 = 8$

3 Решить уравнение:

1) $(x - 4)(x + 5) = 0$; 2) $(x + 7)(2x - 3) = 0$;

Ответ. Ответ.

3) $x^2 - 16 = 0$; 4) $x^2 + 5 = 0$.

Ответ. Ответ.

4 Найти положительные корни уравнения:

1) $(x - 3)(x - 4) = 0$ 2) $(x + 5)(x - 7) = 0$

II

5 Найти отрицательные корни уравнения:

1) $x^2 - 36 = 0$

2) $(4 + x)(4 - x) = 16$

6 Найти квадратные корни из числа:

1) 169; 2) 144; 3) 0; 4) -16 .

- 1) Для нахождения квадратных корней из числа 169 нужно решить уравнение $x^2=169$, т. е. уравнение, откуда $(x-13)(x+.....)=0$, $x_1=.....$, $x_2=.....$

2)

3)

4) 

- 7 Найти положительный и отрицательный квадратные корни из числа:

1) 64; 2) 0,16; 3) 2,89; 4) -81.

Ответ

- 8 Найти арифметический квадратный корень из числа:

1) 0,64; 2) 0,16; 3) 196; 4) 625; 5) 256; 6) -0,16.

Ответ

- 9 Вычислить:

1) $3^3 + 5 \cdot \sqrt{81} =$

2) $4 \cdot \sqrt{225} - 3 \cdot \sqrt{169} =$

3) $\sqrt{8^2 + 15^2} =$

4) $\sqrt{12^2 - 5 \cdot 4^2} =$

- 10 Найти значение выражения:

1) $4\sqrt{14+2a}$ при $a=65$

2) $3\sqrt{3a-50}$ при $a=38$

- 11* Выяснить, при каких значениях x имеет смысл выражение:

1) $\sqrt{x-3} + \sqrt{2x-3}$; 2) $\sqrt{x+3} - \sqrt{3-2x}$;

 $\begin{cases} x-3 \geq 0, & \\ 2x-3 \geq 0; & \end{cases}$

Ответ. Ответ. 

III

- 12 Выяснить, верно ли равенство («да» или «нет»):

1) $\sqrt{81}=9$; 2) $\sqrt{121}=11$;

3) $\sqrt{36}=-6$; 4) $\sqrt{-25}=5$

- 13 Найти арифметический квадратный корень из числа:

1) 324; 2) 361; 3) 144; 4) -0,09.

Ответ.

14 Вычислить:

1) $(\sqrt{225})^2 =$ 2) $(\sqrt{1,69})^2 =$

3) $5 - \sqrt{36} =$ 4) $4 + 2\sqrt{49} =$

5) $3 \cdot \sqrt{0,64} =$ 6) $6 : \sqrt{2,25} =$

**Действительные
числа**



21

I

1 Из чисел 3; 8; 15; 0; -7; -13; $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{7}$; $2\frac{1}{3}$; $3\frac{2}{5}$ выписать:

1) натуральные

2) целые

3) дробные (нецелые)

4) рациональные

2 Заменяя десятичные дроби обыкновенными, вычислить:

1) $(0,7 \cdot \frac{5}{14} + 1,6 \cdot \frac{3}{4}) : 2,9 =$

2) $(2,6 : \frac{13}{15} + 3,6 \cdot \frac{5}{6}) \cdot 2,7 \cdot \frac{2}{9} =$

3 Результат деления записать с точностью до 0,1:

1) $763 : 24 \approx$ 2) $883 : 37 \approx$

$$\begin{array}{r} 763 \overline{) 24} \\ \underline{00} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 883 \overline{) 37} \\ \underline{00} \\ 37 \end{array}$$

4 Дано: $100x = 2$. Найти:

1) $10x =$ 2) $x =$

3) $0,1x =$ 4) $9x =$

5 Дано: $x=0,3$. Найти:

1) $10x =$

2) $100x =$

3) $0,1x =$

4) $90x =$

II

6 Записать в виде конечной или бесконечной периодической дроби рациональное число:

1) $\frac{3}{8}$; 2) $-5\frac{7}{16}$; 3) $\frac{1}{45}$; 4) $-6\frac{7}{18}$.

1) $\frac{3}{8} =$

2) $-5\frac{7}{16} =$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 8} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 16} \\ \hline \end{array}$$

3) $\frac{1}{45} =$

4) $-6\frac{7}{18} =$

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 45} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 18} \\ \hline \end{array}$$

7 Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую десятичную дробь:

1) $3,(8)$; 2) $1,(81)$; 3) $0,1(6)$; 4) $0,2(15)$.

1) $x = 3,888\dots$

2) $x =$

$10x =$

$100x =$

$9x =$

$99x =$

$x =$

$x =$

3) $x =$

4) $x =$

$10x =$

$10x =$

$100x =$

$1000x =$

$90x =$

$990x =$

$x =$

$x =$

8 Из чисел $3,7$; $-2,9$; $\sqrt{13}$; $\frac{2}{3}\sqrt{81}$; $0,(16)$; $\sqrt{17}$; $-\sqrt{18}$; $0,515115111\dots$ (число единиц после очередной цифры 5 возрастает) выписать:

1) рациональные

2) иррациональные

3) действительные

9 С точностью до 0,1 вычислить на МК:

1) $\sqrt{15} + \sqrt{17} \approx$ 2) $\sqrt{33} - \sqrt{21} \approx$

3) $5,1\sqrt{19} + \sqrt{27} \approx$ 4) $\sqrt{77} - 3,4\sqrt{3,1} \approx$



10 Из чисел 6; 29; -7; $\frac{9}{16}$; $-4\frac{5}{13}$; 3,21; -4,(2); $\sqrt{17}$; $\frac{2}{3}\sqrt{36}$; $\sqrt{21}$ выписать:

1) натуральные

2) целые

3) рациональные

4) иррациональные

5) действительные

11 Представить в виде десятичной дроби число:

1) $4\frac{17}{50} = 4\frac{34}{100} =$ 2) $3\frac{7}{25} =$

3) $-\frac{5}{8} =$ 4) $4\frac{9}{16} =$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 8} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 16} \\ \end{array}$$

12 Представить в виде обыкновенной дроби число:

1) 9,(27); 2) 0,3(63).

1) $x =$ 2) $x =$

$100x =$ $10x =$

$99x =$ $1000x =$

$x =$ $990x =$

$x =$

13 С точностью до 0,01 вычислить на МК:

1) $\sqrt{17} \approx$ 2) $\sqrt{45} \approx$

3) $\sqrt{12,6} \approx$ 4) $\sqrt{62,7} \approx$

Квадратный корень из степени

22

I

1 Вычислить устно и записать ответ:

1) $\sqrt{7^2 + 2 \cdot 4^2} = \dots\dots\dots$ 2) $\sqrt{8^2 - 3 \cdot 4^2} = \dots\dots\dots$
 3) $\sqrt{4^2} - \sqrt{7^2} = \dots\dots\dots$ 4) $\sqrt{(-5)^2} + \sqrt{(-4)^2} = \dots\dots\dots$

2 Найти значение выражения $\sqrt{a^2 + 4a + 4}$ при a , равном:

1) 3; 2) 0; 3) -2; 4) -5.

1) Если $a = 3$, то $\sqrt{a^2 + 4a + 4} = \sqrt{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$

2) Если $a = 0$, то $\dots\dots\dots$

3) Если $a = -2$, то $\dots\dots\dots$

4) Если $a = -5$, то $\dots\dots\dots$

3 Поставить в пустой клетке знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство:

1) $7,4 \dots\dots\dots 7,(4)$; 2) $3,(51) \dots\dots\dots 3,51$;
 3) $6,32 \dots\dots\dots 6,(3)$; 4) $2,78 \dots\dots\dots 2,(7)$.

4 Вычислить:

1) $|9| = \dots\dots\dots$ 2) $|-3| = \dots\dots\dots$
 3) $|0| = \dots\dots\dots$ 4) $|3,4| = \dots\dots\dots$
 5) $\left| -1 \frac{1}{7} \right| = \dots\dots\dots$ 6) $|-0,53| = \dots\dots\dots$

5 Решить уравнение:

1) $|x| = 12$; 2) $|x - 1| = 3$.
 Ответ. $\dots\dots\dots$ Ответ. $\dots\dots\dots$

6 Решить неравенство:

1) $|x| \leq 4$; 2) $|x| > 4$.
 Ответ. $\dots\dots\dots$ Ответ. $\dots\dots\dots$

7 Вычислить:

1) $\sqrt{7^2} = \dots\dots\dots$ 2) $\sqrt{(-7)^2} = \dots\dots\dots$
 3) $\sqrt{2^{10}} = \dots\dots\dots$ 4) $\sqrt{15^4} = \dots\dots\dots$
 5) $\sqrt{(-3)^6} = \dots\dots\dots$ 6) $\sqrt{(-2)^8} = \dots\dots\dots$

II

- 8 Сравнить числа: 1) 4,2 и $\sqrt{18}$; 2) $\sqrt{56,2}$ и 7,5.

Сравнить числа 3,3 и $\sqrt{11}$.

▶ $3,3 = \sqrt{(3,3)^2} = \sqrt{3,3 \cdot 3,3} = \sqrt{10,89}$. Так как $10,89 < 11$, то $\sqrt{10,89} < \sqrt{11}$, т. е. $3,3 < \sqrt{11}$. ◀

- ▶ 1) 4,2 = 2) 7,5 =
.....
..... ◀

- 9 Показать, что:

1) $\sqrt{17} + \sqrt{19} > 8$;

2) $\sqrt{37} + \sqrt{50} > 13$.

- ▶ 1) $\sqrt{17} > 4$
+ $\sqrt{19} > 4$
.....
..... ◀

- 10 Найти два последовательных натуральных числа, между которыми заключено число:

1) $\sqrt{53}$; 2) $\sqrt{133}$.

- ▶ 1) < $\sqrt{53}$ < 2) $\sqrt{133}$ ◀

- 11* Упростить выражение $\sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{a^2 + 6a + 9}$ при условии:

1) $a < -3$; 2) $-3 < a < 2$; 3) $a \geq 2$.

- ▶ $\sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{a^2 + 6a + 9} = |.....| + |.....|$.
1) Если $a < -3$, то
2) Если $-3 \leq a < 2$, то
3) Если $a \geq 2$, то ◀

III

- 12 Вычислить:

1) $\sqrt{6^2} = \dots\dots\dots$

2) $\sqrt{(-6)^2} = \dots\dots\dots$

3) $\sqrt{3^8} = \dots\dots\dots$

4) $\sqrt{(-3)^6} = \dots\dots\dots$

5) $\sqrt{(-3)^8} = \dots\dots\dots$

6) $\sqrt{14^4} = \dots\dots\dots$

- 13 Сравнить числа:

1) 3,7 и $\sqrt{13}$;

2) 4,3 и $\sqrt{19}$.

.....

- 14 Упростить выражение $\sqrt{4a^2 - 12ab + 9b^2}$, найти его значение при:
1) $a=1, b=2$; 2) $a=-1, b=3$.

Квадратный корень из произведения

23

I

- 1 Вычислить устно и записать ответ:

$$\begin{array}{ll} 1) 4 \cdot \sqrt{25} = \dots\dots\dots & 2) 6 \cdot \sqrt{81} = \dots\dots\dots \\ 3) \sqrt{36} \cdot \sqrt{16} = \dots\dots\dots & 4) \sqrt{49} \cdot \sqrt{64} = \dots\dots\dots \\ 5) 3 \cdot \sqrt{4} = \dots\dots\dots & 6) \sqrt{9 \cdot 4} = \dots\dots\dots \end{array}$$

- 2 Вычислить:

$$\begin{array}{ll} 1) \sqrt{27 \cdot 3} = \dots\dots\dots & 2) \sqrt{32 \cdot 8} = \dots\dots\dots \\ 3) \sqrt{6 \cdot 6^3} = \dots\dots\dots & 4) \sqrt{(-4) \cdot (-4)^5} = \dots\dots\dots \end{array}$$

- 3 Умножить числитель и знаменатель дроби на $\sqrt{3}$:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{2}{\sqrt{3}} = \dots\dots\dots & 2) \frac{\sqrt{3}}{2} = \dots\dots\dots \\ 3) \frac{5\sqrt{3}}{3} = \dots\dots\dots & 4) \frac{6}{5\sqrt{3}} = \dots\dots\dots \end{array}$$

II

- 4 Вычислить с помощью теоремы о корне из произведения:

$$\begin{array}{ll} 1) \sqrt{36 \cdot 64} = \dots\dots\dots & 2) \sqrt{0,25 \cdot 144} = \dots\dots\dots \\ 3) \sqrt{16 \cdot 25 \cdot 49} = \dots\dots\dots & 4) \sqrt{0,04 \cdot 225 \cdot 81} = \dots\dots\dots \end{array}$$

- 5 Разложив подкоренное выражение на множители, вычислить:

$$1) \sqrt{5184} = \dots\dots\dots \quad 2) \sqrt{2304} = \dots\dots\dots$$

$$\begin{array}{r|l} 5184 & 4 \\ 1296 & 4 \\ 324 & 4 \\ 81 & 81 \end{array} \quad 5184 = 64 \cdot 81;$$

$$3) \sqrt{7744} = \dots\dots\dots 4) \sqrt{9801} = \dots\dots\dots$$

6 Вычислить:

$$1) \sqrt{8} \cdot \sqrt{8} = \dots\dots\dots 2) \sqrt{5} \cdot \sqrt{45} = \dots\dots\dots$$

$$3) \sqrt{6} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{27} = \dots\dots\dots 4) \sqrt{0,1} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{440} = \dots\dots\dots$$

7 Вычислить:

$$1) \sqrt{(30+12) \cdot (60-18)} = \dots\dots\dots$$

$$2) \sqrt{55^2 - 44^2} = \dots\dots\dots$$

$$3) (\sqrt{11} + \sqrt{6})(\sqrt{11} - \sqrt{6}) = \dots\dots\dots$$

$$4) (2\sqrt{15} + 3\sqrt{17})(3\sqrt{17} - 2\sqrt{15}) = \dots\dots\dots$$

$$5) (\sqrt{11} - \sqrt{44})^2 = \dots\dots\dots$$

$$6) (\sqrt{26} + \sqrt{104})^2 = \dots\dots\dots$$

8 Упростить:

$$1) 2\sqrt{72} - \sqrt{50} = \dots\dots\dots$$

$$2) 3\sqrt{75} + 2\sqrt{27} = \dots\dots\dots$$

$$3) \frac{1}{4}\sqrt{80} + \frac{1}{3}\sqrt{45} - \sqrt{20} = \dots\dots\dots$$

$$4) \sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{96} = \dots\dots\dots$$

9 Сравнить числа: 1) 8 и $3\sqrt{7}$; 2) $3\sqrt{3}$ и 2,7.

Сравнить числа 9 и $2\sqrt{21}$.

► $9 = \sqrt{81}$, $2\sqrt{21} = \sqrt{2^2 \cdot 21} = \sqrt{84}$. Так как $\sqrt{81} < \sqrt{84}$,
то $9 < 2\sqrt{21}$. ◀

$$1) \dots\dots\dots$$

$$2) \dots\dots\dots$$

10 Упростить выражение при $a > 0$, $b > 0$:

$$1) 3a^2 \sqrt{\frac{b}{a^3}} - 2b^2 \sqrt{\frac{a}{b^3}} = \dots\dots\dots$$

$$2) \frac{4}{a} \sqrt{a^3 b} - \frac{3}{b} \sqrt{ab^3} = \dots\dots\dots$$

- 11* Упростить выражение при $a < 0$, $b < 0$:

$$\frac{2}{a} \sqrt{a^3 b} - \frac{3}{b} \sqrt{ab^3} =$$

- 12 Доказать, что: 1) $(\sqrt{4})^6 = \sqrt{4^6}$; 2) $(\sqrt{7})^5 = \sqrt{7^5}$.

Доказать, что $(\sqrt{9})^4 = \sqrt{9^4}$.

$$\blacktriangleright (\sqrt{9})^4 = 3^4 = 81, \sqrt{9^4} = 9^2 = 81. \blacktriangleleft$$

1)

2) $\blacktriangleleft$

- 13* С помощью формулы $(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$, где $a > 0$, n — натуральное число, вычислить:

1) $(\sqrt{2})^8 =$

2) $(\sqrt{11})^4 - (\sqrt{5})^6 =$

- 14* Упростить выражение

$$(\sqrt{18})^3 - (\sqrt{2})^7 =$$

III

- 15 Вычислить:

1) $\sqrt{16 \cdot 81} =$

2) $\sqrt{(-36) \cdot (-49)} =$

3) $\sqrt{16 \cdot 49 \cdot 225} =$

4) $\sqrt{0,36 \cdot 64 \cdot 25} =$

5) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24} =$

6) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28} =$

7) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7^3} =$

8) $\sqrt{3^3} \cdot \sqrt{3^5} =$

9) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt{24} =$

10) $\sqrt{21} \cdot \sqrt{\frac{2}{7}} \cdot \sqrt{\frac{8}{3}} =$

- 16 Сравнить числа: 1) 7 и $4\sqrt{3}$; 2) $6\sqrt{3}$ и $4\sqrt{7}$.

1) $7 =$

2) $6\sqrt{3} =$ $\blacktriangleleft$

- 17 Упростить выражение $\frac{3}{a} \sqrt{a^3 b} - \frac{2}{b} \sqrt{ab^3}$, если $a > 0$, $b > 0$.

Квадратный корень из дроби

**24****I****1** Вычислить:

1) $\frac{\sqrt{64}}{4} =$

2) $\frac{\sqrt{81}}{3} =$

3) $\frac{8}{\sqrt{16}} =$

4) $\frac{3}{\sqrt{36}} =$

5) $\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}} =$

6) $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{16}} =$

2 Вычислить:

1) $\sqrt{\frac{27}{3}} =$

2) $\sqrt{\frac{32}{8}} =$

3) $\sqrt{\frac{6^5}{6^3}} =$

4) $\sqrt{\frac{(-4)^5}{(-4)}} =$

II**3** С помощью теоремы о корне из дроби вычислить, записав результат в виде десятичной дроби:

1) $\sqrt{\frac{36}{25}} =$

2) $\sqrt{\frac{49}{64}} =$

3) $\sqrt{\frac{49}{625}} =$

4) $\sqrt{\frac{64}{9}} =$

4 Вычислить:

1) $\sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt{9 \cdot 4} =$

2) $\sqrt{16 \cdot 49} - \sqrt{\frac{49}{64}} =$

3) $2\sqrt{\frac{34}{81}} =$

4) $\sqrt{4\frac{33}{64}} =$

5) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} =$

6) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} =$

7) $\frac{\sqrt{7^5}}{\sqrt{7^3}} =$

8) $\frac{\sqrt{(-6)^6}}{\sqrt{(-6)^2}} =$

5 Упростить:

1) $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{2}}{\sqrt{8}+\sqrt{2}} =$

2) $\frac{\sqrt{27}+\sqrt{3}}{\sqrt{27}-\sqrt{3}} =$

3) $\frac{1}{\sqrt{17}-4} - \frac{1}{\sqrt{17}+4} =$

4) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} =$

6 Упростить выражение $\sqrt{\frac{4a^2-4ab+b^2}{a^2+6ab+9b^2}}$ и найти его значение при:

1) $a = -4$, $b = -8$; 2) $a = 5$, $b = -2$.

1)

2)

7 Найти разность между средним арифметическим и средним геометрическим чисел: 1) 3 и 27; 2) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{27}$.

1) $\frac{3+27}{2} =$

2)

8 Найти произведение двух чисел, если их сумма равна $\sqrt{38}$, а разность равна $\sqrt{18}$.

$\begin{cases} x+y = \dots\dots\dots, \\ x-y = \dots\dots\dots; \end{cases}$

9 Упростить выражение ($a > 0$, $b > 0$):

1) $\left(\frac{a}{b}\sqrt{ab} - 2\sqrt{ab} + b\sqrt{\frac{b}{a}}\right) \cdot \sqrt{ab} =$

2) $(\sqrt{a^5b} - 2\sqrt{a^3b^3} + \sqrt{ab^5}) : \sqrt{ab} =$

10 Вычислить:

1) $\sqrt{\frac{64}{25}} =$

2) $\sqrt{20\frac{1}{4}} =$

3) $\frac{\sqrt{128}}{\sqrt{2}} =$

4) $\sqrt{7\frac{9}{16} : 0,16} =$

5) $\frac{\sqrt{56 \cdot 135}}{\sqrt{14 \cdot 15}} =$

6) $\sqrt{\frac{3}{8}} \cdot \sqrt{\frac{2}{7}} : \sqrt{\frac{7}{3}} =$

11 Исключить иррациональность из знаменателя:

1) $\frac{6}{\sqrt{7}} =$

2) $\frac{2}{\sqrt{8}} =$

3) $\frac{5}{\sqrt{12} - \sqrt{7}} =$

4) $\frac{15}{\sqrt{11} + \sqrt{6}} =$

12 Упростить выражение ($a > 0$, $b > 0$):

1) $(2\sqrt{a} + 3\sqrt{b})^2 - (3\sqrt{a} + 2\sqrt{b})^2 =$

2) $(6\sqrt{a} + 2\sqrt{b})^2 + (2\sqrt{a} - 9\sqrt{b})^2 =$

IV Квадратные уравнения

глава

Квадратное уравнение и его корни

§ 25

I

- 1 Выписать в ответе номера уравнений, корнем которых является число -4 :

1) $-7,5x = -30$;

2) $3\frac{2}{3} + x = 1\frac{2}{3}$;

3) $(x-4)(x+4) = 0$;

4) $3\sqrt{x} - 6 = 0$;

5) $5\sqrt{x^2} - 12 = 8$;

6) $\sqrt[3]{2x} + 2 = 0$;

7) $x^2 + 16 = 0$;

8) $2x^2 - x - 28 = 0$.

Ответ:

- 2 Заполнить пропуск положительным числом:

1) $0,64 = (\dots)^2$;

2) $\frac{36}{81} = (\dots)^2$;

3) $5 = (\dots)^2$;

4) $8 = (\dots)^2$.

- 3 Вычислить:

1) $\sqrt{144} = \dots$

2) $\sqrt{0,09} = \dots$

3) $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \dots$

4) $\sqrt{784} = \sqrt{2^4 \cdot 7^2} = \dots$

5) $\sqrt{1089} = \dots$

6) $\sqrt{576} = \dots$

- 4 Записать в виде многочлена стандартного вида выражение:

1) $2x - 4 + x^2 - 3x - 5x^2 = \dots$

2) $x(x^2 - 2x + 1) - x^3 = \dots$

3) $4(x^2 - 5) - (x - 2)(x + 3) = \dots$

II

5 Заполнить таблицу:

№ п/п	Квадратное уравнение	Старший коэффициент	Второй коэффициент	Свободный член
1	$-3x^2 + \frac{3}{4}x - 7 = 0$			
2	$1,5x^2 - 0,1x + \sqrt{3} = 0$	1,5	-0,1	$\sqrt{3}$
3	$-x^2 + 1 = 0$			
4	$\frac{1}{2}x^2 - x = 0$			

6 Данное уравнение привести к виду $ax^2 + bx + c = 0$:

- 1) $x(x-1) + x - 2 = 0$; 2) $(x+3)(x-3) = 2x^2 - 1$;
 3) $(2x-1)^2 = x(x+2) - 3$; 4) $(3x+2)^2 - (2x-1)^2 = 0$.

- 1)
 2)
 3)
 4) 

7 Заполнить таблицу:

№ п/п	Уравнение	Уравнение, записанное в виде $ax^2 + bx + c = 0$	Коэффициенты		
			a	b	c
1	$7,3 + \frac{x^2}{2} - \sqrt{2}x = 0$	$\frac{1}{2}x^2 - \sqrt{2}x + 7,3 = 0$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{2}$	7,3
2	$2x - 3x^2 + \frac{1}{2} = 0$				
3	$\frac{-x^2}{3} - 0,5 = 2x$				
4	$1 = -x + x^2$				
5	$3x - x^2 = 0$				
6	$5 = x^2$				

8 Записать в один из столбцов таблицы каждое из уравнений:

- 1) $x^2 = 16$; 2) $x^2 - 20 = 0$; 3) $x^2 + 4 = 0$;
 4) $-\frac{x^2}{7} = 0$; 5) $x^2 - 7 = 0$; 6) $x^2 + \frac{1}{16} = 0$.

Уравнение имеет два корня	Уравнение имеет один корень	Уравнение не имеет корней

9 Решить уравнение:

1) $x^2 = 49$; 2) $x^2 - 6 = 0$;

.....

3) $x^2 + 6 = 0$; 4) $x^2 = 0$;

.....

5) $|x| = 2$; 6)* $|x - 1| = 2$

10 Решить квадратное уравнение, раскладывая его левую часть на множители:

1) $x^2 + 2x = 0$,

2) $2x - x = 0$,

▶ $x (\dots) = 0$,

.....

$x_1 = 0$, $x_2 = \dots$

$x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$ ◀

3) $5x^2 + 6x = 0$,

4) $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$,

▶

$x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0$,

$x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$

$(\dots)^2 = 0$,

$x = \dots$ ◀

5) $x^2 - 12x + 36 = 0$,

6) $4x^2 + 12x + 9 = 0$.

▶

.....

..... ◀



11 Выписать номера уравнений, которые можно привести к квадратному:

1) $3x - 2 = x^2 - 5$;

2) $x^3 - 2x^2 + 5 = x^3$;

3) $7(x - 1) + 2x = 0$;

4) $(x - 1)(x - 2) = 3 - x$.

Ответ.

12 Решить уравнение:

1) $x^2 - \frac{4}{9} = 0$;

2) $2x^2 = 50$;

3) $4x^2 + 1 = 0$;

4) $\frac{2}{9}x^2 = 0$;

5) $x^2 + 2x + 1 = 0$;

6) $x^2 - 6x + 9 = 0$

13* Завершить решение уравнения:

1) $x^2 + 6x + 5 = 0$,

$x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 - 3^2 + 5 = 0$,

$(x + 3)^2 - 4 = 0$,

$(x + 3)^2 - 2^2 = 0$,

$(x + 3 - 2)(x + 3 + 2) = 0$,

Ответ. $x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$

2) $x^2 - 12x + 20 = 0$,

$x^2 - 2 \cdot 6x + 6^2 - 6^2 + 20 = 0$,

Ответ. $x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$

Неполные квадратные уравнения

26

I

1 Записать в клетку неотрицательное число:

1) $\square^2 = \frac{9}{25}$;

2) $\square^2 = 0,04$;

3) $\square^2 = 0$;

4) $\square^2 = 3$;

5) $\square^2 = 11$;

6) $\square^2 = 12$.

2 Записать в клетку неположительное число:

1) $\square^2 = \frac{9}{25}$;

2) $\square^2 = 0,04$;

3) $\square^2 = 0$;

4) $\square^2 = 3$;

5) $\square^2 = 11$;

6) $\square^2 = 12$.

II

3 Разложить на множители:

1) $x^2 - 64 =$

2) $y^2 - 0,16 =$

3) $\frac{64}{81} - x^2 =$

4) $x^2 - 5 =$

5) $8x - x^2 =$

6) $2x^3 - \sqrt{3}x =$

4 Перенести все члены уравнения в левую часть и привести подобные слагаемые:

1) $7 - 3x = 2x + 11;$

2) $x^2 + 2x = 3x - x^2;$

.....

.....

3) $2x - 8 = x^2 - x + 3;$

4) $15 - 2x^2 - 4x = 12x - 5x^2 + 3.$

.....

.....

5 Умножить обе части уравнения на 2:

1) $0,5x^2 - 1,5x = 0;$

2) $-\frac{x^2}{2} = 1\frac{1}{2}.$

.....

.....

6 Разделить обе части уравнения на -3 :

1) $-3x^2 = \frac{1}{3};$

2) $6x^2 - 0,3x = 0.$

.....

.....

III

7 Завершить решение уравнения:

1) $10x^2 = 0 \mid : 10;$

2) $2x^2 = 32 \mid : 2;$

.....

.....

3) $\frac{1}{3}x^2 = 27 \mid \cdot 3;$

4) $\frac{2}{3}x^2 = \frac{3}{2} \mid \cdot \frac{3}{2};$

.....

.....

5) $5x^2 - \frac{1}{5} = 0$

6) $-0,1x^2 + 10 = 0$

.....

.....

$$7) 1 = \frac{5-x^2}{3}$$

$$8) \frac{3x^2-10}{4} = \frac{1}{2}$$

8 Завершить решение уравнения:

$$1) 2x^2 + 5x = 3x^2,$$

$$2) 5x^2 - 3x = 2x + x^2,$$

$$2x^2 - 3x^2 + 5x = 0,$$

$$-x^2 + 5x = 0,$$

$$3) (2x-1)^2 - 1 = x(x+2),$$

$$4) (x-3)(x+3) - 2x = 2x^2 - 9,$$

$$4x^2 - 4x + 1 - 1 = x^2 + 2x,$$

9* Для всех числовых значений a решить уравнение:

$$1) ax^2 - 1 = 0; 2) 2x^2 - a = 0.$$

1) Если $a = 0$, то

Если $a > 0$, то

Если $a < 0$, то

2) Если $a = 0$, то

Если $a > 0$, то

Если $a < 0$, то

10 Решить уравнение:

$$1) 9x^2 - 64 = 0,$$

$$2) 2x^2 + 15 = 0,$$

$$3) 0,03x^2 = 27,$$

$$4) x^2 - 9x = 0,$$

$$5) 25x^2 + 49x = 0,$$

$$6) \frac{x^2-7}{6} = \frac{1}{3},$$

- 11* Найти значение a , при котором любое значение x является корнем уравнения $ax^2=0$.

- 12* Решить уравнение $ax^2=b$.

При $a=0$

При $a>0$

При $a<0$

Метод выделения полного квадрата



27

I

- 1 Выполнить возведение в квадрат двучлена:

1) $(x-4)^2=$

2) $(2x+3)^2=$

3) $\left(\frac{x}{2}-2\right)^2=$

4) $(4x+0,5)^2=$

- 2 Вставить пропущенное число:

1) $10x=2 \cdot \square \cdot x$; 2) $2x=2 \cdot \square \cdot x$; 3) $x=2 \cdot \square \cdot x$;

4) $\frac{x}{2}=2 \cdot \square \cdot x$; 5) $-3x=-2 \cdot \square \cdot x$; 6) $-\frac{2}{3}x=2 \cdot \square \cdot x$.

- 3 Заполнить пустые клетки:

1) $x^2-6x+\square=(x-\square)^2$;

2) $x^2+2 \cdot \square \cdot x+\square=(x+5)^2$;

3) $4x^2+8x+\square=(\square+\square)^2$;

4) $\frac{1}{9}x^2-2x+\square=(\square-\square)^2$.

4 Решить уравнение:

1) $x^2 = \frac{100}{121}$,

$x_1 =$

$x_2 =$

2) $(x+1)^2 = 9$,

$x+1 =$ или $x+1 =$

$x =$ или $x =$

$x_1 =$, $x_2 =$ 

II

5 Завершить решение квадратного уравнения:

1) $x^2 + 8x + 7 = 0$,

$x^2 - 8x = -7$,

$x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x + \dots = -7 + \dots$

$(x-4)^2 =$

$x-4 = \pm$

$x-4 =$ или $x-4 =$

Ответ. $x_1 =$, $x_2 =$

2) $x^2 + 12x + 11 = 0$,

$x^2 + 12x = -11$,

$x^2 + 2 \cdot \dots \cdot x + 36 = -11 + \dots$

$(\dots)^2 =$

.....

.....

Ответ. 

3) $x^2 + 3x - 4 = 0$,

$x^2 + 3x = 4$,

$x^2 + 2 \cdot \dots \cdot x + \dots = 4 + \dots$

$(\dots)^2 =$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) $x^2 - 5x - 14 = 0$,

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6 Заполнить пропуски таким образом, чтобы данное выражение было квадратом суммы или квадратом разности:

1) $x^2 - 4x + \square$;

2) $x^2 + 20x + \square$;

3) $x^2 + \square \cdot x + 36$;

4) $x^2 - \square \cdot x + 81$;

5) $x^2 + 5x + \square$;

6) $x^2 - 7x + \square$.

7 Решить уравнение:

1) $x^2 + 14x + 40 = 0$,

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $x^2 - 10x - 24 = 0$,

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Решение квадратных уравнений

28

I

1 Заполнить таблицу:

№ п/п	Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$	a	b	c	$b^2 - 4ac$	$\sqrt{b^2 - 4ac}$
1	$x^2 - 5x + 4 = 0$	1	-5	4	$(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 4$	2
2	$x^2 + 6x + 8 = 0$					
3	$2x^2 + 3x - 2 = 0$					
4	$-x^2 + 7x + 18 = 0$					
5	$-2x^2 + 7x - 3 = 0$					
6	$\frac{1}{2}x^2 - 2 = 0$					
7	$-3x^2 + \frac{1}{3} = 0$					
8	$5x^2 - x = 0$					
9	$x^2 - 6x + 9 = 0$					

II

2 Заполнить таблицу:

№ п/п	Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$	$b^2 - 4ac$	Количество корней
1	$x^2 - 2x + 3 = 0$	$(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8 < 0$	Корней нет
2	$x^2 + 7x - 1 = 0$		
3	$2x^2 - 3x + 5 = 0$		
4	$-3x^2 + x - 2 = 0$		
5	$\frac{1}{2}x^2 - 3x - 6 = 0$		

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3 Завершить решение уравнения:

1) $x^2 + 4x - 12 = 0$,

$a = 1$, $b = 4$, $c = -12$,

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$

$x_1 = \dots\dots\dots$

$x_2 = \dots\dots\dots$

2) $x^2 - 4x - 21 = 0$,

$a = \dots\dots$, $b = \dots\dots$, $c = \dots\dots$.

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$

$x_1 = \dots\dots\dots$

$x_2 = \dots\dots\dots$

4 Решить квадратное уравнение:

1) $2x^2 + 7x - 4 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

3) $9x^2 + 6x + 1 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

5) $5x^2 - 6x + 2 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

2) $3x^2 - x - 2 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

4) $-4x^2 + 12x - 9 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

6) $3x^2 + 4x + 7 = 0$,

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

5 Решить уравнение:

1) $x(x+2) = 6 + x - x^2$;

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

2) $2x - x^2 - \frac{2-x}{3} = 0$;

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$$3) \frac{x(1-x)}{5} - \frac{1-x}{4} + \frac{x(x-1)}{10} = 0;$$

6* Найти значения a , при которых уравнение $ax^2 - x - 10 = 0$ имеет один корень. Для каждого такого a решить данное уравнение.

1) Если $a = 0$, то уравнение принимает вид линейного уравнения $-x - 10 = 0$, имеющего один корень $x = \dots$.

2) Если $a \neq 0$, то данное уравнение является квадратным, имеющим один корень, если $\dots = 0$, т. е. при $a = \dots$.

Корень данного уравнения $x = \dots$.

Ответ. $\dots$

7* Найти все значения c , при которых уравнение $2x^2 - 3x + c = 0$ имеет:

- 1) один корень;
- 2) два различных корня.

1) Уравнение имеет один корень, если $\dots$

2) Уравнение имеет два различных корня, если $\dots$

$$ax^2 + 2mx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - ac}}{a}$$

8 По формуле корней квадратного уравнения с четным вторым коэффициентом решить уравнение:

1) $3x^2 - 4x + 1 = 0;$

2) $5x^2 + 14x - 3 = 0;$

$$3) 7x^2 + 18x - 9 = 0;$$

.....

.....

.....

$$4) 12x^2 - 16x - 3 = 0;$$

.....

.....

.....

III

9 Решить квадратное уравнение:

$$1) 4x^2 - 20x + 25 = 0;$$

.....

.....

.....

$$2) 25x^2 - 10x + 2 = 0;$$

.....

.....

.....

$$3) 12x^2 - 5x - 2 = 0;$$

.....

.....

.....

$$4) 15x^2 + 7x - 2 = 0;$$

.....

.....

.....

$$5) 5x^2 - 3x = 0;$$

.....

.....

.....

$$6) 4x^2 - 9 = 0;$$

.....

.....

.....

10 Решить уравнение:

$$1) x^2 - 3 = \frac{x}{2} + 2;$$

.....

.....

.....

$$2) \frac{1-2x}{3} = x^2 - \frac{x}{2};$$

.....

.....

.....

$$3) 2x^2 + x = 1 - \frac{x^2 + x}{2};$$

.....

.....

.....

$$4) 2x^2 - 2x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x^2 - \frac{x}{3};$$

.....

.....

.....

Приведенное квадратное уравнение. Теорема Виета

29

I

1 Записать результат деления обеих частей уравнения на число m :

1) $2x^2 - 3x + 4 = 0, m = 2$;

2) $5x^2 - 10x + 1 = 0, m = 5$;

3) $\frac{1}{2}x^2 - 3x - 2 = 0, m = \frac{1}{2}$;

4) $-\frac{1}{3}x^2 + x - 3 = 0, m = -\frac{1}{3}$;

2 Решить квадратное уравнение:

1) $x^2 - 5x + 6 = 0$;

2) $x^2 + 10x + 24 = 0$.

.....

.....

.....

3 Заполнить таблицу:

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	p	$\frac{p}{2}$	q	$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$	Количество корней
1	$x^2 - 6x + 8 = 0$	-6	-3	8	$(-3)^2 - 8 = 1 > 0$	Два
2	$x^2 + 4x + 5 = 0$					
3	$x^2 - 10x + 25 = 0$					
4	$x^2 - 8x + 12 = 0$					
5	$x^2 + 3x + 3 = 0$					
6	$x^2 + 11x + 30 = 0$					

$x^2 + px + q = 0$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

4 Решить приведенное квадратное уравнение:

1) $x^2 - 10x + 21 = 0$,

2) $x^2 + 18x + 80 = 0$,

$\frac{p}{2} = \dots$, $q = \dots$

$\frac{p}{2} = \dots$, $q = \dots$

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$

$x_1 = \dots\dots\dots$

$x_1 = \dots\dots\dots$

$x_2 = \dots\dots\dots$

$x_2 = \dots\dots\dots$

$3) x^2 + 16x + 64 = 0;$

$4) x^2 - 14x + 50 = 0.$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$x_1 + x_2 = -p, x_1 x_2 = q$

5 Не решая приведенное квадратное уравнение, корни которого x_1 и x_2 , заполнить таблицу:

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	$x_1 + x_2$	$x_1 x_2$
1	$x^2 + 3x - 7 = 0$	-3	-7
2	$x^2 - 4x + 1 = 0$		
3	$x^2 - 99x - 125 = 0$		
4	$x^2 + 33\frac{1}{3}x - 24,5 = 0$		

6* Не решая приведенное квадратное уравнение, определить знаки его корней, заполнить таблицу:

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	$-p = x_1 + x_2$	$q = x_1 \cdot x_2$	Знак корня, имеющего большую абсолютную величину	Знак корня, имеющего меньшую абсолютную величину
1	$x^2 - 7x + 12 = 0$	7	12	+	+
2	$x^2 + 7x + 12 = 0$				
3	$x^2 + x - 12 = 0$	-1	-12	-	+
4	$x^2 - x - 12 = 0$				
5	$x^2 - 2x - 15 = 0$				
6	$x^2 - 8x - 15 = 0$				
7	$x^2 - 8x + 15 = 0$				
8	$x^2 + 8x + 15 = 0$				

- 7 Заполнить таблицу, не решая уравнение:

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	x_1	x_2
1	$x^2 - 9x + 8 = 0$	1	8
2	$x^2 + 5x + 6 = 0$		-2
3	$x^2 + 4x - 21 = 0$		3
4	$x^2 + 2x - 15 = 0$	-5	

II

- 8 Не решая квадратное уравнение, заполнить таблицу:

№ п/п	Уравнение	p	q	x_1	x_2
1	$x^2 + px + 6 = 0$	5	6	-2	-3
2	$x^2 + px - 8 = 0$		-8	-2	
3	$x^2 + px - 8 = 0$		-8	1	
4	$x^2 + px + 6 = 0$		6	3	
5	$x^2 - 3x + q = 0$	-3		1	
6	$x^2 - 3x + q = 0$	-3		-2	
7	$x^2 - 3x + q = 0$	-3		2	
8	$x^2 + 3x + q = 0$	3		-1	
9	$x^2 + 3x + q = 0$	3		-2	
10	$x^2 + 3x + q = 0$	3		2	

- 9 Составить приведенное квадратное уравнение, корни которого x_1 и x_2 .

$$x_1 = 5, x_2 = 3; p = -(5 + 3) = -8, q = 5 \cdot 3 = 15, \\ x^2 - 8x + 15 = 0.$$

- 1) $x_1 = -5, x_2 = -3$;
 2) $x_1 = -2, x_2 = 3$;
 3) $x_1 = -3, x_2 = 2$;

10*

Заполнить таблицу:

Уравнение	Знак x_1	Знак x_2
$x^2 - 1,5x - 2 = 0$	+	-
$x^2 - 4x + 1 = 0$	+	
$x^2 + 5x + 2 = 0$	-	
$x^2 + 5x - 2 = 0$	-	

11 Подбором найти корни уравнения x_1 и x_2 и заполнить таблицу:

№ п/п	Уравнение	x_1	x_2
1	$x^2 - 5x + 6 = 0$	2	3
2	$x^2 + 5x + 6 = 0$		
3	$x^2 - x - 6 = 0$		
4	$x^2 + x - 6 = 0$		
5	$x^2 + 7x + 10 = 0$		
6	$x^2 - 7x + 10 = 0$		
7	$x^2 - 3x - 10 = 0$		
8	$x^2 + 3x - 10 = 0$		

12 Разложить на множители квадратный трехчлен, используя результаты выполнения задания 11:

- 1) $x^2 - 5x + 6 = (\dots)(\dots)$ 2) $x^2 + 5x + 6 = \dots$
 3) $x^2 - x - 6 = \dots$ 4) $x^2 + x - 6 = \dots$
 5) $x^2 + 7x + 10 = \dots$ 6) $x^2 - 7x + 10 = \dots$
 7) $x^2 - 3x - 10 = \dots$ 8) $x^2 + 3x - 10 = \dots$

13 Разложить на множители квадратный трехчлен:

- 1) $2x^2 - 5x - 3$; 2) $-3x^2 - x + 2$.

▶ 1) Найдем корни уравнения $2x^2 - 5x - 3 = 0$:

$$x_{1,2} = \dots$$

$$x_1 = \dots, \quad x_2 = \dots$$

$$\text{Ответ. } 2x^2 - 5x - 3 = 2(x \dots)(\dots).$$

2) Найдем корни уравнения $-3x^2 - x + 2 = 0$:

$$x_{1,2} = \dots\dots\dots$$

$$x_1 = \dots\dots\dots, x_2 = \dots\dots\dots$$

Ответ. $\dots\dots\dots$ ◀

14 Заполнить таблицу:

№ п/п	Квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$	Корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$	Разложение трехчлена на множители
1	$5x^2 - 9x - 2$	$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 5 \cdot (-2)}}{2 \cdot 5};$ $x_1 = \frac{9 + 11}{10} = 2,$ $x_2 = \frac{9 - 11}{10} = -\frac{1}{5}$	$5(x - 2)\left(x + \frac{1}{5}\right)$
2	$-5x^2 - 9x + 2$		
3	$\frac{1}{2}x^2 - x - 12$		
4	$-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 8$		
5	$\frac{1}{4}x^2 - 3x + 2,25$		
6	$-\frac{2}{3}x^2 - x + 3$		

15 Сократить дробь:

$$1) \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2} = \frac{(\dots)(\dots)}{x - 2} = \dots\dots\dots$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0,$$

$$x_1 = \dots\dots\dots, x_2 = \dots\dots\dots;$$

$$2) \frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x - 5} = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$3) \frac{9x^2 - 49}{3x^2 - 4x - 7} = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

16

Разложить на множители:

1) $x^3 - x^2 - 12x = x(\dots) = \dots$

2) $x^4 + 3x^3 - 10x^2 = \dots$

17

Сократить дробь:

1) $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - x - 12} = \dots$

$x^2 + x - 6 = 0$

$x^2 - x - 12 = 0$

$x_{1,2} = \dots$

$x_{1,2} = \dots$

$x_1 = \dots, x_2 = \dots$

$x_1 = \dots, x_2 = \dots$

2) $\frac{x^2 + 3x - 28}{24 - 2x - x^2} = \dots$

$x^2 + 3x - 28 = 0$

$24 - 2x - x^2 = 0$

$x_{1,2} = \dots$

$x_{1,2} = \dots$

$x_1 = \dots, x_2 = \dots$

$x_1 = \dots, x_2 = \dots$

18

Упростить:

1) $\frac{2}{x^2 - x - 30} + \frac{1}{6 - x} = \frac{2}{(\dots)(\dots)} - \frac{1}{x - 6} = \frac{1}{(\dots)(\dots)} = \dots$

2) $\frac{4x^2 - 9}{x^2 - x - 12} : \frac{2x + 3}{x^2 - 3x - 4} = \dots$

19*

Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$. Не вычисляя корней этого уравнения, найти:

1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; 2) $x_1^2 + x_2^2$.

По теореме, обратной теореме Виета, находим: $x_1 + x_2 = -\sqrt{2}$, $x_1 \cdot x_2 = -4$.

1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2} = \dots$

Ответ. $\dots$

2) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_2^2) - 2x_1 x_2 = \dots$

Ответ. $\dots$

III

- 20 Записать приведенное квадратное уравнение, корни которого x_1 и x_2 :

1) $x_1 = -8, x_2 = 0,5$;

2) $x_1 = -3, x_2 = -\frac{1}{3}$;

3) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 1\frac{1}{2}$;

4) $x_1 = 3\sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$.

Ответ. 1)

2)

3)

4)

- 21 Подбором найти корни уравнения:

1) $x^2 - 20x + 19 = 0$: $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$

2) $x^2 + 38x + 37 = 0$: $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$

3) $x^2 + 5x - 14 = 0$: $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$

4) $x^2 - 4x - 21 = 0$: $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$

- 22 Разложить на множители квадратный трехчлен:

1) $x^2 + 2x - 15 = \dots\dots\dots$

2) $-x^2 + 5x + 24 = -(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$

3) $2x^2 + 5x - 12 = \dots\dots\dots$

- 23 Сократить дробь:

1) $\frac{2x^2 - 15x + 7}{2x^2 + 9x - 5} = \dots\dots\dots$

2) $\frac{x^2 - 12x + 35}{25 - x^2} = \dots\dots\dots$

$2x^2 - 15x + 7 = 0$

$2x^2 + 9x - 5 = 0$

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$

$x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$

$x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$

Уравнения, сводящиеся к квадратным

30

I

1 Заполнить пропуски:

1) $x^4 = (\dots)^2$; 2) $x^6 = (\dots)^2$; 3) $x^8 = (\dots)^2$.

2 Решить уравнение:

1) $x^2 = 49$.

2) $x^2 = -4$.

Ответ.

Ответ.

3) $x^2 = 0$.

4) $x^2 = 8$.

Ответ.

Ответ.

3 Решить квадратное уравнение:

1) $3y^2 + 14y - 5 = 0$,

2) $-2t^2 + 11t - 12 = 0$,

$y_{1,2} = \dots\dots\dots$

$t_{1,2} = \dots\dots\dots$

$y_1 = \dots\dots\dots y_2 = \dots\dots\dots$

$t_1 = \dots\dots\dots t_2 = \dots\dots\dots$

II

4 Решить биквадратное уравнение:

1) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$; 2) $x^4 - 15x^2 - 16 = 0$.

1) Пусть $x^2 = t$. Тогда уравнение примет вид: $t^2 - 29t + 100 = 0$.
Корни этого уравнения: $t_1 = 4$, $t_2 = 25$.

Уравнение $x^2 = 4$ имеет корни $x_{1,2} = \dots\dots\dots$

Уравнение $x^2 = 25$ имеет корни $x_{3,4} = \dots\dots\dots$

Ответ. $x_{1,2} = \dots\dots\dots x_{3,4} = \dots\dots\dots$

2) Пусть $x^2 = t$, тогда данное уравнение примет вид:

Корни этого уравнения: $t_1 = \dots\dots\dots t_2 = \dots\dots\dots$

Уравнение $x^2 = \dots\dots\dots$

Уравнение $x^2 = \dots\dots\dots$

Ответ.

5

Решить уравнение $\frac{28}{x^2+x-12} = \frac{x}{x+4} + \frac{1}{x-3}$.

$$\frac{28}{(x+4)(x-3)} = \frac{x}{x+4} + \frac{1}{x-3} \quad | \cdot (x+4)(x-3) \neq 0$$

$$28 = x(x-3) + x + 4,$$

$$x_{1,2} = \dots \quad x_1 = \dots \quad x_2 = \dots$$

Проверка:

1) $x = -4$ — посторонний корень, так как при $x = -4$ знаменатели первой и второй дробей данного уравнения обращаются в нуль.

2) При $x = 6$ данное уравнение обращается в верное числовое равенство $\frac{28}{6^2+6-12} = \frac{6}{6+4} + \frac{1}{6-3}$.

Ответ. $x = 6$.

6

Решить уравнение $\frac{3}{x-5} - \frac{x}{x+1} = \frac{10}{x^2-4x-5}$.

$$\frac{3}{x-5} - \frac{x}{x+1} = \frac{10}{x^2-4x-5} \quad | \cdot (\dots)(\dots) \neq 0$$

$$x_{1,2} = \dots$$

$$x_1 = \dots, \quad x_2 = \dots$$

Проверка:

$$1) \dots$$

$$2) \dots$$

Ответ. $\dots$

7*

Решить уравнение $(x+2)^4 + (x+2)^2 - 12 = 0$.Пусть $(x+2)^2 = t$, тогда данное уравнение запишется в виде:

$$t_{1,2} = \dots \quad t_1 = \dots \quad t_2 = \dots$$

$$1) (x+2)^2 = \dots\dots\dots$$

$$2) (x+2)^2 = \dots\dots\dots$$

Ответ. $\triangleleft$

8 Решить уравнение:

$$1) x^4 + 2x^2 - 24 = 0, \quad 2) 9x^4 - 28x^2 + 3 = 0,$$

Ответ. $\triangleleft$

9 Определить, при каких значениях x равны значения выражений

$$\frac{1}{x-3} + \frac{4}{x^3-9x} \text{ и } \frac{2}{x^2-3x}.$$

Решение задач с помощью квадратных уравнений

§ 31

I

1 Записать с помощью всевозможных равенств соотношение между x и y , если:

1) x больше y на 2:

$$x - y = 2, \dots\dots\dots$$

2) x меньше y на 5:

$$\dots\dots\dots, \dots\dots\dots, \dots\dots\dots$$

3) x больше y в 3 раза:

$$\dots\dots\dots, \dots\dots\dots, \dots\dots\dots$$

4) x меньше y в 4 раза:

$$\dots\dots\dots, \dots\dots\dots, \dots\dots\dots$$

2 Заполнить таблицы:

1)

Натуральное число	Следующее за ним натуральное число	Произведение этих чисел
n	$n + 1$	$n(n + 1)$
$3x$		
$n + 3x$		

2)

Четное число	Следующее за ним четное число	Произведение этих чисел
x		
$6n$		
$x - 6n$		

3 Одна сторона прямоугольника x см, другая — на 5 см больше. Записать выражение для нахождения:

1) периметра этого прямоугольника:

2) площади этого прямоугольника:

4 Заполнить таблицу, если известно, что тело движется равномерно и прямолинейно со скоростью v км/ч и за t ч проходит путь s км:

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8
v	4		15	2,5	75		x	
t	0,1	8		x		x		$\frac{1}{6}$
s	0,4	640	90		x	18	100	x

5 Один рабочий может изготовить A деталей за 6 ч, другой рабочий A деталей может изготовить за 4 ч. Выразить через A производительность труда:

1) первого рабочего:

2) второго рабочего:

3) при совместной работе первого и второго рабочих:

- 6 Катер движется по реке от одной пристани до другой по течению реки, а затем возвращается обратно. Заполнить таблицу, учитывая, что скорость течения реки 2 км/ч.

№ п/п	Расстояние между пристанями (км)	Скорость катера в стоячей воде (км/ч)	Скорость катера по течению (км/ч)	Время движения по течению (ч)	Скорость катера против течения (км/ч)	Время движения против течения (ч)
1	48	10	12	4	8	6
2			14	5		
3	35	x				
4					x	3

- 7 Пусть P — производительность труда, A — объем всей выполненной работы, t — время выполнения работы. Выразить каждую из величин A , P и t через две другие.

$$A = P \cdot t, P = \dots, t = \dots$$

- 8 Производительность труда первого рабочего a деталей в час, второго — b деталей в час. Производительность труда рабочих при совместной работе Первый рабочий A деталей изготовит за часов, второй рабочий A деталей изготовит за часов; при совместной работе A деталей оба рабочих изготовят за часов.

II

- 9 Найти два последовательных натуральных четных числа, произведение которых равно 168. Заполнив пропуски, составь уравнение по условию задачи и реши его.

Пусть x — первое искомое натуральное четное число, тогда — второе искомое четное число. Так как произведение этих чисел равно 168, можно составить уравнение:
Решим это уравнение:

$$x_{1,2} = \dots, \quad x_1 = \dots, \\ x_2 = \dots$$

Так как по условию задачи x — натуральное число, то $x = \dots$

Ответ: 

- 10** Периметр прямоугольника равен 62 см, а его площадь равна 238 см^2 . Найти стороны прямоугольника. Заполнив пропуски, составить уравнение по условию задачи и решить его.

Пусть x см — длина прямоугольника; так как полупериметр
прямоугольника равен см, то его ширина равна см.
Зная, что площадь прямоугольника 238 см^2 , можно записать
уравнение:

Решим полученное уравнение:

Ответ. 17 см и 14 см.

- 11** Пассажирский поезд проходит в час на 3 км меньше, чем скорый поезд. Расстояние в 810 км скорый поезд проходит на 4,5 часа быстрее, чем пассажирский. Найти скорости пассажирского и скорого поездов. Для решения задачи внести недостающие данные в таблицу.

	v (км/ч)	s (км)	t (ч)
Пассажирский поезд	x	810	←
Скорый поезд		810	—

на 4,5 ч
.....
(больше,
меньше)

► Составим и решим уравнение:

Ответ. 60 км/ч и км/ч. 

- 12** Одна из сторон прямоугольника на 2 см меньше стороны квадрата, а другая — на 4 см больше стороны того же квадрата. Найдите сторону квадрата, если площадь прямоугольника равна 40 см^2 .

Ответ.

- 13 Работая вместе, двое рабочих за час изготавливают 30 деталей. Первый рабочий изготавливает 60 деталей на 3 часа быстрее второго. Сколько деталей в час изготавливает каждый рабочий?

▶ Пусть I рабочий изготавливает в час x деталей. Тогда II рабочий за час изготавливает (.....) деталей. На изготовление 60 деталей I рабочий тратит часа, а II рабочий — часа. Так как на изготовление 60 деталей I рабочий тратит на 3 ч меньше, чем II, то можно записать уравнение:

.....
.....
.....
.....

Ответ. 20 и 10 деталей в час. ◀

- 14 Расстояние в 20 км велосипедист преодолел на 3 ч быстрее пешехода. Найти их скорости, если известно, что за час велосипедист преодолевает на 2 км больше, чем пешеход за два часа.

▶
.....
.....
.....
.....

Ответ. ◀

- 15 Мастер и ученик за 4 часа совместной работы изготовили 96 деталей. Сколько деталей в час изготавливает мастер, если на каждую деталь он тратит на 12 минут меньше, чем ученик?

▶
.....
.....
.....
.....
.....

Ответ. ◀

Решение простейших систем, содержащих уравнение второй степени

32

I

- 1 Выяснить, обращает ли пара чисел $x = -2$, $y = 3$ уравнение (записать «да» или «нет») в верное числовое равенство:

1) $2x - y = -7$ 2) $-3x + 2y = 10$
3) $\frac{x}{2} + y^2 - 10 = 0$ 4) $xy - 3 + y^2 = 0$

- 2 Выписать номер той пары чисел, которая является решением системы уравнений $\begin{cases} x + 2y = 0, \\ -x + y = 3: \end{cases}$

1) $x = 1$, $y = -1$; 2) $x = 2$, $y = 1$;
3) $x = 6$, $y = -3$; 4) $x = -2$, $y = 1$.

Ответ.....

- 3 Составить систему двух уравнений с двумя неизвестными, решением которой является пара чисел $x = -3$, $y = 2$.

1) $\begin{cases} x + y = \dots\dots\dots, \\ xy + y = \dots\dots\dots; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dots\dots\dots, \\ \dots\dots\dots. \end{cases}$

- 4 Из данного уравнения выразить сначала x через y , затем y через x . Заполнить таблицу:

№ п/п	Уравнение	Выражение x через y	Выражение y через x
1	$x - y = 3$	$x = 3 + y$	$y = x - 3$
2	$2x + y = 1$		
3	$xy - x - 3 = 0$		
4	$\frac{xy}{2} + y = 5$		

- 5 Решить способом подстановки систему линейных уравнений:

1) $\begin{cases} 2x - y = 8, & y = \dots\dots\dots \\ 3x - 4y = 7, & \dots\dots\dots \end{cases}$

Ответ.

$$2) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 0, \\ x + 2y = 2, \end{cases} x = \dots\dots\dots$$

Ответ.

II

6 Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} x + y + 1 = 0, \\ x^2 - y = 13; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 29, \\ 2x + y - 1 = 0. \end{cases}$$

▶ 1) Выражение $x = -y - 1$ из первого уравнения подставим во второе уравнение $(-y - 1)^2 - y = 13$ и решим его

.....

Ответ. (3; -4), (-4; 3).

2) Из второго уравнения находим $y = \dots\dots\dots$. Выражение y через x подставим в первое уравнение

.....

Ответ. (-2; 5); (2,8; -4,6). ◀

7 Устно найти решение системы и записать ответ:

$$1) \begin{cases} x + y = 5, \\ xy = 4; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + y = 1, \\ xy = -12. \end{cases}$$

Ответ. 1) (.....;), (.....;); 2) (.....;), (.....;).

8 Решить систему:

$$1) \begin{cases} x^2 - y^2 = 20, \\ x + y = 10; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 61, \\ xy = -30; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1, \\ x - y = 17. \end{cases}$$

▶ 1) Запишем первое уравнение системы в виде $(x - y)(x + y) = 20$ и подставим в него из второго уравнения $x + y = 10$. Получим

$(x - y) \cdot 10 = 20$, откуда $x - y = \dots\dots\dots$

Итак: $\begin{cases} x - y = \dots\dots\dots, \\ x + y = 10; \end{cases}$

.....

Решая последнюю систему способом сложения, получим $x = \dots$,

$y = \dots$.

Ответ.

2) Сложив почленно первое уравнение и уравнение, полученное из второго умножением обеих его частей на 2, получим:

$$x^2 + y^2 + 2xy = 61 - 60 \text{ или } (x + y)^2 = 1, \text{ откуда } x + y = \pm 1.$$

Если $x + y = 1$, то $y = \dots$.

Подставив это выражение вместо y во второе уравнение исходной системы, получим:

$$x(\dots) = -30.$$

Решим это уравнение:

.....
.....
.....
.....

Если $x + y = -1$, то $y = \dots$.

Подставив это выражение вместо y во второе уравнение исходной системы, получим:

$$\dots$$

Решим это уравнение:

.....
.....
.....
.....

Ответ. $(-5; 6); (6; -5); (5; -6); (-6; 5)$.

3) Пусть $\sqrt{x} = m$, $\sqrt{y} = n$, тогда $x = \dots$, $y = \dots$ и данную систему можно записать в виде $\begin{cases} \dots = 1, \\ \dots = 17. \end{cases}$

Решим эту систему, записав второе уравнение в виде $(\dots) \cdot (\dots) = 17$. Подставив сюда $m - n = 1$, получим:

$m + n = \dots$. Решая систему

$$\begin{cases} m + n = \dots, \\ m - n = \dots, \end{cases}$$

.....
.....
.....

находим $m = \dots$, $n = \dots$.

Отсюда $x = \dots$, $y = \dots$.

Ответ.

- 9 Найти катеты прямоугольного треугольника, если известно, что один из них на 7 см больше другого, а гипотенуза этого треугольника равна 13 см.

Пусть x см — больший катет, y см — меньший катет. По условию задачи = 7. Согласно теореме Пифагора:

Решение задачи сводится к решению системы $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$

Решение системы уравнений:

Ответ, 5 см и 12 см. 

10 Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} y-2x=9, \\ x^2+2y=14; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x-y+1=0, \\ x^2+xy+y^2=13; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2-y^2=-24, \\ x-y=2. \end{cases}$

[illegible]

V Квадратичная функция

глава

Определение квадратичной функции

35

I

1 Функция задана формулой $y = -2x + 3$. Заполнить пропуски:

1) $y(0) = \dots\dots\dots$ $y(1) = \dots\dots\dots$ $y(-2) = \dots\dots\dots$ $y\left(\frac{1}{2}\right) = \dots\dots\dots$

2) $y = 1$ при $x = \dots\dots\dots$

$y = 0$ при $x = \dots\dots\dots$

2 Функция $y(x)$ задана таблицей:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16

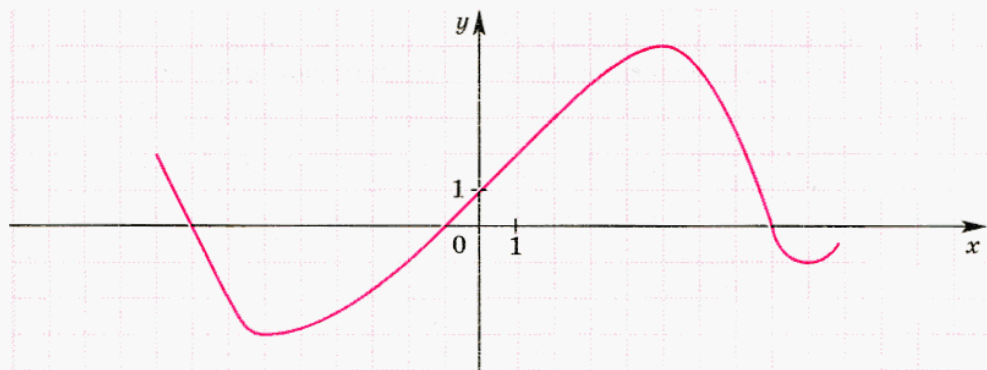
Заполнить пропуски:

1) $y(-3) = \dots\dots\dots$; $y(0) = \dots\dots\dots$; $y(4) = \dots\dots\dots$

2) $y = 9$ при $x = \dots\dots\dots$ и $x = \dots\dots\dots$

$y = 1$ при $x = \dots\dots\dots$ и $x = \dots\dots\dots$ $y = 0$ при $x = \dots\dots\dots$

3 Функция $y(x)$ задана графиком. Заполнить пропуски:



$$1) \begin{aligned} y(2) &= \dots\dots\dots y(0) = \dots\dots\dots y(5) = \dots\dots\dots \\ y(-1) &= \dots\dots\dots y(-3) = \dots\dots\dots y(-6) = \dots\dots\dots \\ y(-7) &= \dots\dots\dots y(-8) = \dots\dots\dots y(9) = \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$2) \begin{aligned} y=5 \text{ при } x &= \dots\dots\dots; & y=-3 \text{ при } x &= \dots\dots\dots \\ y=2 \text{ при } &\dots\dots\dots; & y=0 \text{ при } &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$3) \begin{aligned} y > 0 \text{ при } &\dots\dots\dots \\ y < 0 \text{ при } &\dots\dots\dots \\ y \geq 3 \text{ при } &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

- 4 Выяснить, являются ли указанные в таблице функции квадратичными, записав в ее пустых клетках ответ словами «да» или «нет»:

$y = \frac{x^2}{2}$	$y = x + \frac{1}{x}$	$y = x^2 - x$	$y = x^3 + 4$	$y = -x^2 + 1$	$y = 2x + 3$	$y = \frac{1}{3}x^2 - 5x + 3$
		да				

II

- 5 Функция задана формулой $y = x^2 - 3x + 4$. Выяснить, принадлежат ли графику этой функции точки, указанные в таблице (ответ записать в ее пустых клетках с помощью слов «да» или «нет»):

(0; 4)	(-1; 2)	(3; 4)	(-4; 0)	(5; 44)	(-6; 58)	$(\frac{1}{2}; \frac{23}{4})$	$(-\frac{1}{2}; \frac{23}{4})$
	нет						

- 6 Записать в пустых клетках таблицы те из чисел -3, -2, 0, 1, 4, которые являются нулями квадратичной функции:

Квадратичная функция	$y = x^2 + x$	$y = x^2 + x - 2$	$y = x^2 + 3x$	$y = x^2 - 3x - 4$
Нули функции среди данных чисел	0			

- 7 Функция задана формулой $y = 3x^2 - x + 1$. Заполнить таблицу:

x	0	-2	4	3	-5	6	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
y					81			

Если x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то
 $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$.

- 8 Указанные в таблице числа x_1 и x_2 — нули квадратичной функции $y = x^2 + px + q$. Заполнить пропуски в таблице соответствующими значениями p и q :

$x_1 = 0$ $x_2 = -1$	$x_1 = 1$ $x_2 = 2$	$x_1 = -3$ $x_2 = 2$	$x_1 = -4$ $x_2 = -3$
$p =$ $q =$	$p = -3$ $q = 2$	$p =$ $q =$	$p =$ $q =$

- 9 Записать в пустых клетках таблицы координаты точек пересечения графиков данных функций:

Данные функ- ции	$y = x^2 - 4x + 4$ $y = 4x - 8$	$y = x^2 - 2x - 8$ $y = \frac{x^2}{2} - x + \frac{19}{2}$	$y = 2x^2 - 3x + 4$ $y = x^2 - x + 7$	$y = 3x^2 + x + 5$ $y = 5x^2 + 7x - 3$
Коорди- наты общих точек графи- ков этих функций	(6; 16) (2; 0)			

- 10 Даны функции $y = \frac{x^2}{3} - 3$, $y = 1 - 3x$, $y = x^3 - x^2 + x$, $y = \frac{x+1}{x}$,
 $y = 1 + x^2$, $y = 4x^2 - 12x + 9$.

- 1) Подчеркнуть те из них, которые являются квадратичными.
- 2) Найти нули каждой из квадратичных функций.

- 3) Найти $y(-2)$ для каждой из квадратичных функций.

4) Для каждой из квадратичных функций найти те значения x , при которых $y=1$.

- 11 Найти значение a , при котором графики функций $y=6x^2-2x$ и $y=a-9x$ пересекаются в точке с абсциссой $x=\frac{1}{3}$.

Функция

$$y=x^2$$

36

I

- 1 Функция задана формулой $y=x^2$. Заполнить пропуски:

$$y(0)=\dots\dots\dots y(5)=\dots\dots\dots y(-7)=\dots\dots\dots$$

$$y\left(-\frac{1}{2}\right)=\dots\dots\dots y(0,3)=\dots\dots\dots y(-1)=\dots\dots\dots$$

- 2 Выяснить, принадлежит ли графику функции $y=x^2$ указанная точка (ответ записать словом «да» или «нет»):

1) $A(9; -81)$; 2) $B(-9; 81)$; 3) $C\left(1\frac{1}{2}; 2\frac{1}{4}\right)$; 4) $D(-0,1; -0,01)$.

Ответ. 1) $\dots\dots\dots$ 2) $\dots\dots\dots$ 3) $\dots\dots\dots$ 4) $\dots\dots\dots$

- 3 На рисунке даны точки A и B . Построить точки:

1) A' и B' , симметричные данным точкам A и B относительно оси Oy , и записать их

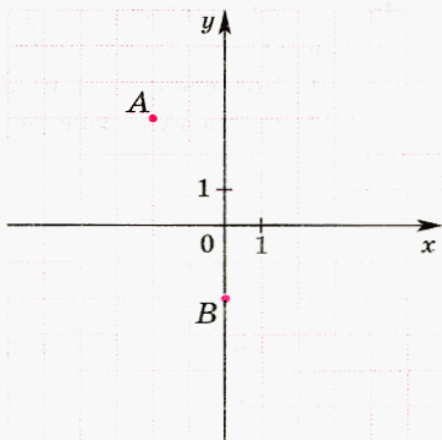
координаты: $A'(\dots\dots; \dots\dots)$;

$B'(\dots\dots; \dots\dots)$;

2) A'' и B'' , симметричные данным точкам A и B относительно оси Ox , и записать их

координаты: $A''(\dots\dots; \dots\dots)$;

$B''(\dots\dots; \dots\dots)$;



3) A''' и B''' , симметричные данным точкам A и B относительно начала координат, и записать их координаты: A''' (.....;); B''' (.....;).

II

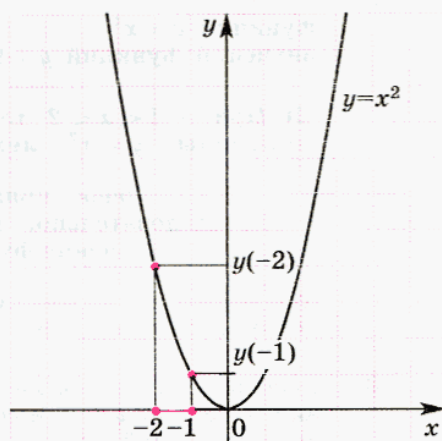
- 4 Точка A задана своими координатами. Точка B симметрична точке A относительно оси Oy . Точка C симметрична A относительно оси Ox . Точка D симметрична A относительно начала координат. Заполнить таблицу:

Координаты точки A	$(-1; 2)$	$(0; -3)$	$(2; 4)$	$(3; -5)$	$(-5; -1)$
Координаты точки B			$(-2; 4)$		
Координаты точки C			$(2; -4)$		
Координаты точки D			$(-2; -4)$		

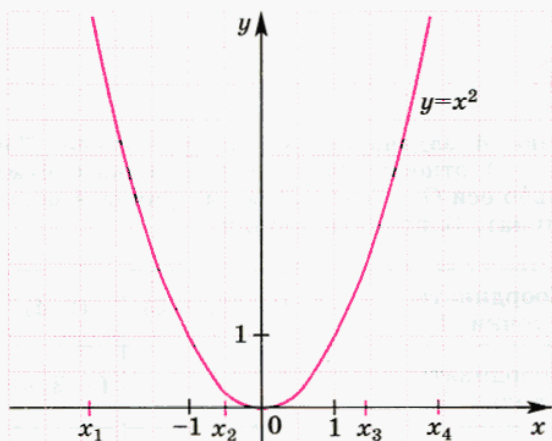
Выписать координаты той из точек, которая принадлежит графику функции $y = x^2$ (.....;).

- 5 Используя рисунок, выяснить, является ли функция $y = x^2$ возрастающей на промежутках, указанных в таблице (ответ записать в соответствующих клетках таблицы с помощью слов «да» или «нет»):

$(-2; -1)$	нет
$[-3; 1]$	
$[2; 3]$	
$[0; 2,5]$	
$(-2; 3)$	



- 6 На графике функции $y = x^2$, изображенном на рисунке, найти $y(x_1)$, $y(x_2)$, $y(x_3)$, $y(x_4)$. Сравнить значения аргументов: x_1 x_2 , x_3 x_4 . Сравнить соответствующие значения функций: $y(x_1)$ $y(x_2)$, $y(x_3)$ $y(x_4)$.



Заполнить пропуски в предложениях:

- 1) Функция $y = x^2$ является на промежутке $x \geq 0$.
- 2) Функция $y = x^2$ является на промежутке $x \leq 0$.

- 7 С помощью рисунка выполнить необходимые построения и заполнить пропуски словами «выше», «ниже», «меньше», «больше».

- 1) При $-5 < x < -3,5$ точки параболы $y = x^2$ лежат

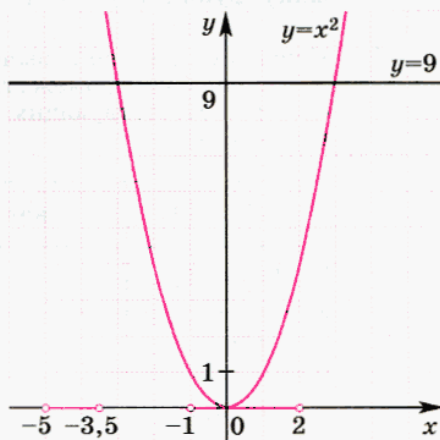
..... точек прямой $y = 9$, следовательно, при $-5 < x < -3,5$ значения

функции $y = x^2$ значений функций $y = 9$.

- 2) При $-1 < x < 2$ точки параболы $y = x^2$ лежат

..... точек прямой $y = 9$, следовательно, при $-1 < x < 2$ значения функ-

ции $y = x^2$ значений функции $y = 9$.



- 8 Выяснить, является ли точка A (см. таблицу) точкой пересечения параболы $y = x^2$ и соответствующей прямой, записав в нижней строке таблицы слово «да» или «нет».

Прямая	$y = x - 1$	$y = -2x + 3$	$y = 3x + 4$	$y = \frac{x}{2} - 1$
Точка А	(2; 1)	(-3; 9)	(4; 16)	(1; 1)
Ответ		да		

9 Отметить на рисунке и выписать:

1) абсциссы x_1 и x_2 точек пересечения графиков функций $y = x^2$ и $y = 4$;

2) какой-нибудь отрезок на оси Ox , соответствующий тем значениям аргумента, при которых график функции $y = x^2$ расположен: а) выше прямой $y = 4$, б) ниже прямой $y = 4$;

3) какой-нибудь отрезок на оси Ox , соответствующий тем значениям аргумента, при которых значения функции $y = x^2$ больше значений функции $y = 4$.

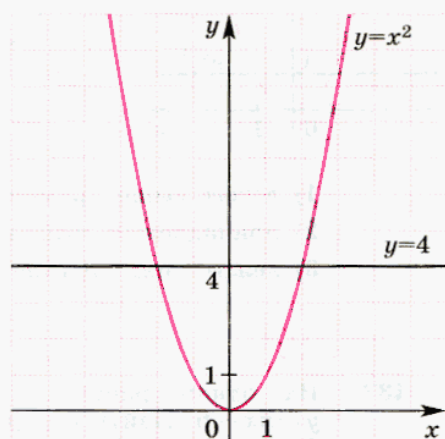
Ответ. 1) $x_1 = \dots\dots\dots$

$x_2 = \dots\dots\dots$

2) а) [$\dots\dots$; $\dots\dots$];

б) [$\dots\dots$; $\dots\dots$];

3) [$\dots\dots$; $\dots\dots$].



10 Используя рисунок к предыдущей задаче, выяснить, лежат ли выше прямой $y = 4$ все точки параболы $y = x^2$, принадлежащие соответствующему промежутку. Ответ («да» или «нет») записать в нижней строке таблицы:

(-5; 3)	(1; 5)	(-3; 2)	($\sqrt{5}$; 4)	(-4; $-2\sqrt{2}$)	(-4; $\sqrt{3}$)	($\sqrt{10}$; -1; 3)
	нет					

11 Заполнить пропуски:

1) Точка $A(3; a)$ принадлежит графику функции $y = x^2$ при $a = \dots\dots\dots$.

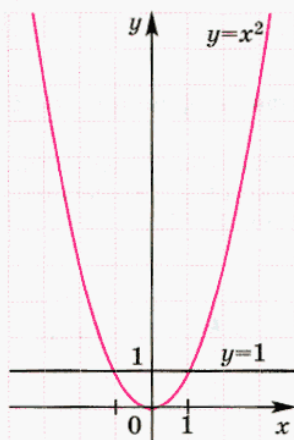
2) Точка $B(a; 11)$ принадлежит графику функции $y = x^2$ при $a = \dots\dots\dots$.

3) Точка $C(-\sqrt[5]{5}; a)$ принадлежит графику функции $y = x^2$ при $a = \dots\dots\dots$.

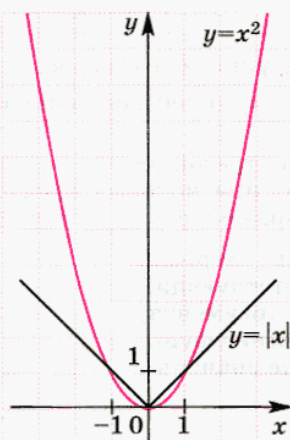
12*

Используя рисунки, найти все значения x , при которых точки графика функции $y = x^2$ удовлетворяют условиям:

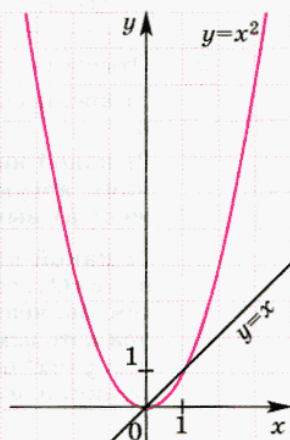
1)



2)



3)



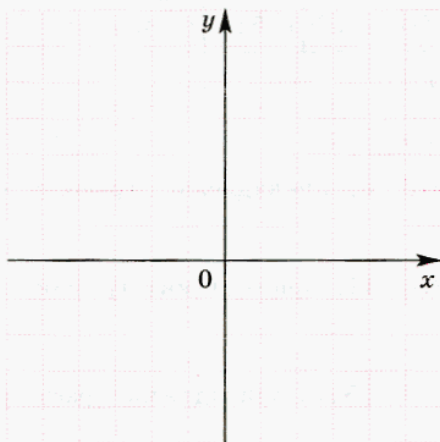
- 1) лежат выше прямой $y = 1$:
 2) принадлежат графику $y = |x|$:
 3) лежат ниже прямой $y = x$:



13*

На одном рисунке построить графики функций $y = x^2$ и $y = 5x - 6$. Найти координаты точек пересечения графиков этих функций и изобразить на оси Ox какой-нибудь отрезок, соответствующий тем значениям аргумента, при которых:

- 1) значения функции $y = x^2$ больше значений функции $y = 5x - 6$;
 2) значения функции $y = x^2$ меньше значений функции $y = 5x - 6$.



Функция

$$y = ax^2$$

§ 37

I

1 Вычислить:

1) $\left(1\frac{2}{3}\right)^2 =$

2) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^2 =$

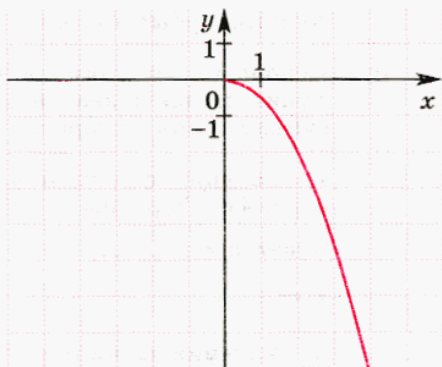
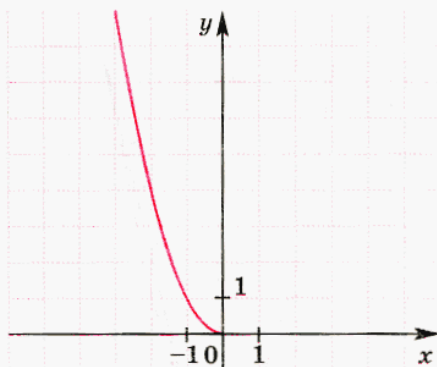
3) $3 \cdot (-6)^2 =$

4) $-4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

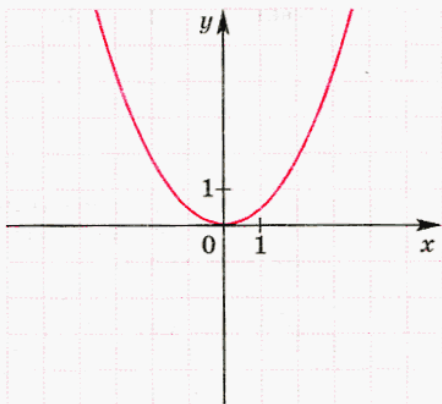
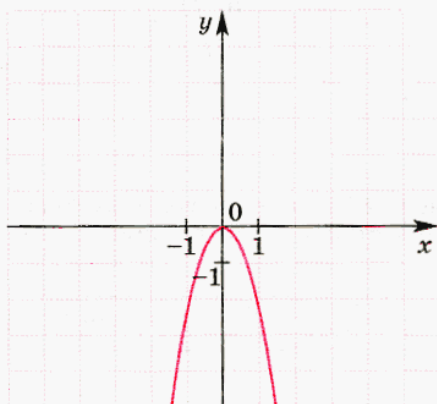
5) $-\frac{1}{2}(-5)^2 =$

6) $-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 =$

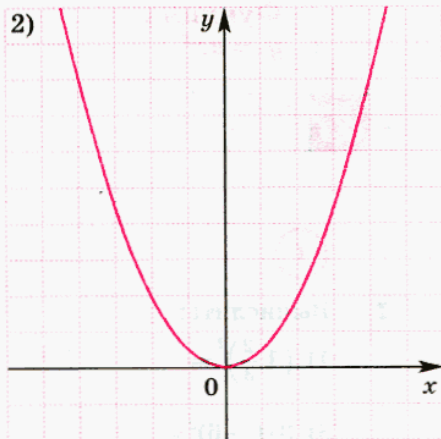
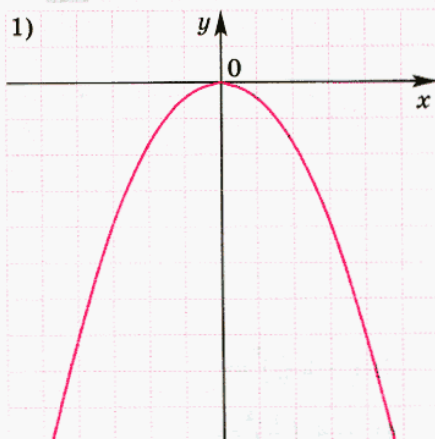
2 Построить линии, симметричные данным относительно оси Oy.



3 Построить линии, симметричные данным относительно оси Ox.



4 С помощью графика функции заполнить пропуски.



1) Функция возрастает при x

функция убывает при

2) Функция возрастает при

функция убывает при

5 Используя графики данных функций, найти значения аргумента, при которых:

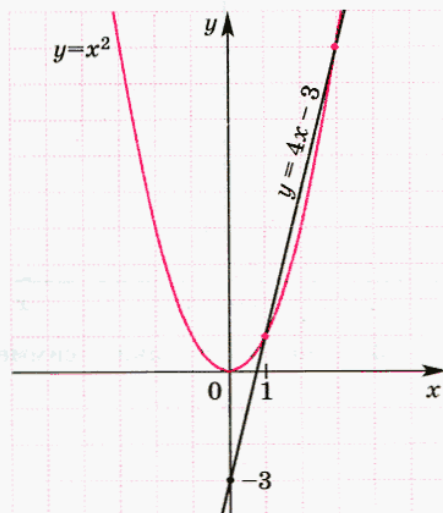
1) значения функций $y = x^2$ и $y = 4x - 3$ равны;

Ответ. $x_1 =$,

$x_2 =$

2) значения функции $y = x^2$ меньше значений функции $y = 4x - 3$.

Ответ. (..... ;).



II

6 Выяснив, принадлежат ли данные в таблице точки графику функции $y = -3x^2$, записать в нижней строке этой таблицы слово «да» или «нет».

$(\sqrt{3}; -9)$	$(\sqrt{2}; 6)$	$(3; -27)$	$(11; -163)$	$(\sqrt{6}; 18)$	$(-9; 243)$
		да			

- 7 Даны парабола и прямая. Определить направление ветвей параболы, записав в третьей строке таблицы слово «вверх» или «вниз». Выяснить, пересекает ли парабола прямую, и записать в нижней строке слово «да» или «нет».

Парабола	$y = 3x^2$	$y = -2x^2$	$y = \frac{1}{3}x^2$	$y = -\frac{1}{4}x^2$
Прямая	$y = 5$	$y = \frac{1}{2}$	$y = -\frac{1}{4}$	$y = -2$
Направление ветвей параболы		вниз		
Наличие общих точек у параболы и прямой		нет		

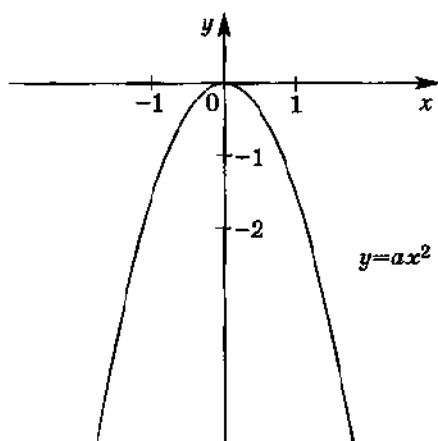
- 8 Заполнить пропуски:

- 1) График функции $y = 4x^2$ получается графика функции $y = x^2$ от оси вдоль оси в раз(а).
- 2) График функции $y = \frac{1}{5}x^2$ получается графика функции $y = x^2$ к оси вдоль оси в раз(а).
- 3) График функции $y = -\frac{1}{3}x^2$ симметричен графику функции относительно оси

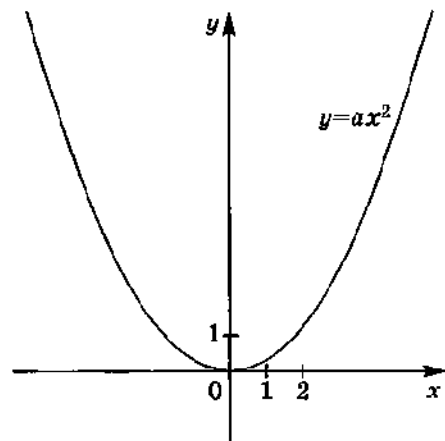
- 9 Функция, график которой симметричен относительно оси Ox графику функции $y = \frac{1}{2}x^2$, задается формулой

- 10 Функция $y = ax^2$ задана графиком.

а)



б)



1) На каждом из рисунков обвести цветным карандашом ту часть графика, где функция возрастает, а на оси Ox обвести соответствующие значения аргумента.

2) Сравнить значения коэффициента a с нулем.

Ответ. а) $a > 0$; б) $a < 0$.

3) Сравнить значения $|a|$ с единицей.

Ответ. а) $|a| > 1$; б) $|a| < 1$.

11 Даны функции:

$$y = 0,1x^2, y = -10x^2,$$

$$y = -\sqrt{2}x^2, y = 1,5x^2,$$

$$y = -x^2.$$

Подчеркнуть функции, возрастающие при $x \leq 0$.

12 Используя график функции $y = 4x^2$, найти значения x , при которых:

1) $y < 4$; 2) $y \leq \frac{1}{4}$;

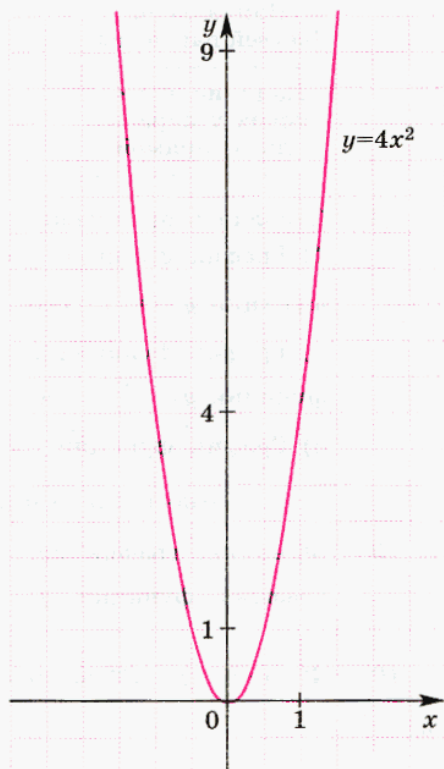
3) $y \geq 9$; 4) $y > 1$.

1) $y < 4$ при

2) $y \leq \frac{1}{4}$ при

3) $y \geq 9$ при

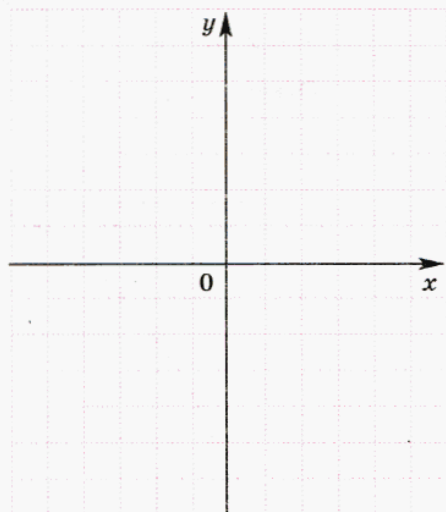
4) $y > 1$ при



13 Записать в нижней строке таблицы координаты точек пересечения параболы и прямой.

Парабола	$y = 2x^2$	$y = -3x^2$	$y = \frac{1}{2}x^2$	$y = -3x^2$
Прямая	$y = 0$	$y = x$	$y = 3x - 4$	$y = 4x + 1$
Координаты точек пересечения параболы и прямой		$(0; 0)$ $(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$		

- 14 Построить графики функций $y = \frac{1}{2}x^2$ и $y = x + 1\frac{1}{2}$ и с их помощью выяснить, при каких значениях x значения функции $y = \frac{1}{2}x^2$ больше значений функции $y = x + 1\frac{1}{2}$.



- 15 Найти значение a , при котором парабола $y = ax^2$ и данная прямая пересекаются в точке с абсциссой x_0 . Заполнить пустые клетки таблицы:

Парабола	$y = ax^2$	$y = ax^2$	$y = ax^2$	$y = ax^2$
Прямая	$y = x$	$y = -x$	$y = 2x - 4$	$y = 3 - 4x$
x_0	2	$\frac{1}{3}$	0	-3
a		-3		

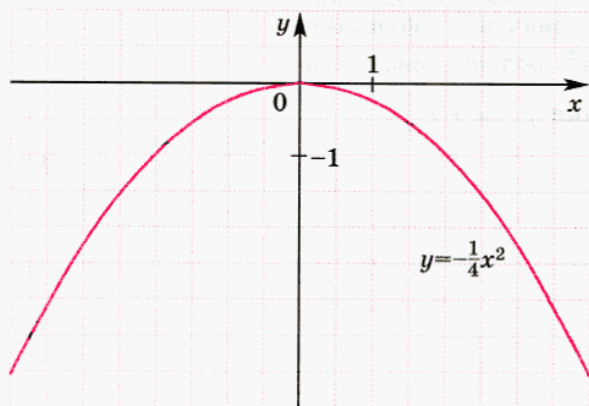
III

- 16 Записать в таблицу значение a , если парабола $y = ax^2$ проходит через заданную точку.

Точка	$(-3; \frac{1}{3})$	$(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4})$	$(2; 2)$	$(\sqrt{3}; -1)$
a				

- 17 С помощью графика функции $y = -\frac{1}{4}x^2$ решить неравенство $-\frac{1}{4}x^2 \geq -1$.

Ответ.



- 18* Выяснить, является ли заданная квадратичная функция возрастающей или убывающей на указанном в таблице промежутке. Записать в соответствующей клетке таблицы знак $\uparrow$ (возрастание) или $\downarrow$ (убывание) либо слово «нет», если функция не является ни возрастающей, ни убывающей.

Функция	$y = \frac{1}{2}x^2$	$y = -3x^2$	$y = \sqrt{5}x^2$	$y = -3\sqrt{3}x^2$
Промежуток	$(-1; 0)$	$(2; 3)$	$(4; 6)$	$(-3; -\sqrt{2})$
Возрастание или убывание		$\downarrow$		

- 19 Построить графики функций:

1) $y = x^2$; 2) $y = 2x^2$; 3) $y = \frac{1}{2}x^2$ — на листочке в клетку с масштабом 1 кл. = 1 ед. Вырезать модели парабол по построенным линиям, наклеить их на картон и использовать в дальнейшем как шаблоны.

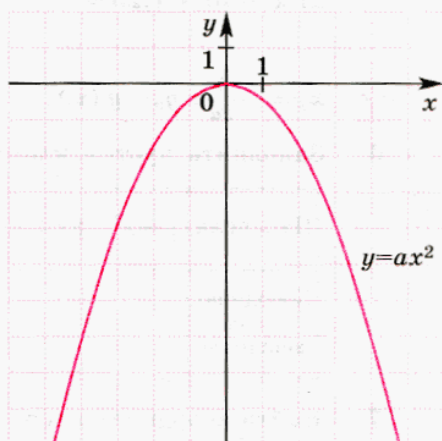
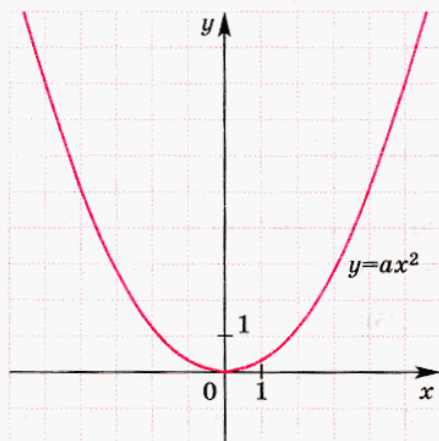
Функция

$$y = ax^2 + bx + c$$

38

I

- 1 С помощью графика функции $y = ax^2$, изображенного на рисунке, заполнить пропуски:



- а) a 0;
 б) функция принимает значения при $x \neq 0$;
 в) график функции симметричен относительно
 г) функция при $x \leq 0$;
 функция при $x \geq 0$.

- а) a 0;
 б) функция принимает значения при $x \neq 0$;
 в) график функции симметричен относительно
 г) функция при $x \leq 0$;
 функция при $x \geq 0$.

- 2 Найти значение выражения $2x^2 - 3x + 1$ при:

- 1) $x = 0$
 2) $x = 1$
 3) $x = -1$
 4) $x = -2$

- 3 Записать в виде многочлена стандартного вида:

1) $(x+3)^2 - 5 =$

2) $-3(x-2)^2 + 5 =$

- 4 Представить в виде квадрата двучлена:

1) $x^2 - 6x + 9 =$

2) $x^2 + 3x + 2,25 =$

- 5 Выделить полный квадрат:

1) $x^2 - 6x + 7 =$

2) $x^2 - 5x + 7,25 =$

3) $x^2 + 4x - 5 =$

4) $x^2 - 8x + 12 =$

5) $x^2 + 6x - 7 =$

6) $x^2 - 10x + 25 =$

7) $x^2 + 12x + 36 =$

8) $x^2 - 4x + 4 =$

9) $x^2 + 8x + 16 =$

10) $x^2 - 6x + 9 =$

11) $x^2 + 4x - 5 =$

12) $x^2 - 8x + 12 =$

13) $x^2 + 6x - 7 =$

14) $x^2 - 10x + 25 =$

15) $x^2 + 12x + 36 =$

16) $x^2 - 4x + 4 =$

17) $x^2 + 8x + 16 =$

18) $x^2 - 6x + 9 =$

19) $x^2 + 4x - 5 =$

20) $x^2 - 8x + 12 =$

21) $x^2 + 6x - 7 =$

22) $x^2 - 10x + 25 =$

23) $x^2 + 12x + 36 =$

24) $x^2 - 4x + 4 =$

25) $x^2 + 8x + 16 =$

26) $x^2 - 6x + 9 =$

27) $x^2 + 4x - 5 =$

28) $x^2 - 8x + 12 =$

29) $x^2 + 6x - 7 =$

30) $x^2 - 10x + 25 =$

31) $x^2 + 12x + 36 =$

32) $x^2 - 4x + 4 =$

33) $x^2 + 8x + 16 =$

34) $x^2 - 6x + 9 =$

35) $x^2 + 4x - 5 =$

- 6 Заполнить пустые клетки таблицы.

Парабола	$y = x^2 - 8x + 13$	$y = x^2 + 9x - 3$	$y = -2x^2 + 4x - 5$	$y = -3x^2 + 12x + 7$
Координаты ее вершины		$(-4,5; 57,75)$		

- 7 Найти координаты вершины параболы и заполнить пустые клетки таблицы.

Парабола	$y = (x+1)^2 - 2$	$y = 2(x-3)^2 - 4$	$y = -3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1$	$y = -4(x-2)^2 - 5$
Координаты ее вершины	$(-1; -2)$			

- 8 Найти на оси Ox точку x_0 , через которую проходит ось симметрии параболы.

$y = x^2 - 4$	$y = x^2 - 4x$	$y = x^2 - 3x + 4$	$y = 2x^2 + 5x + 6$
$x_0 = \dots\dots$	$x_0 = 2$	$x_0 = \dots\dots$	$x_0 = \dots\dots$

II

9 Используя рисунок параболы $y=x^2$, построить с помощью сдвига вправо (влево) график функции:

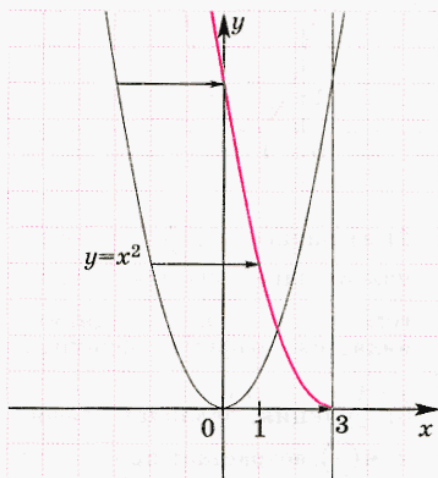
1) $y=(x-3)^2$;

2) $y=(x+3)^2$;

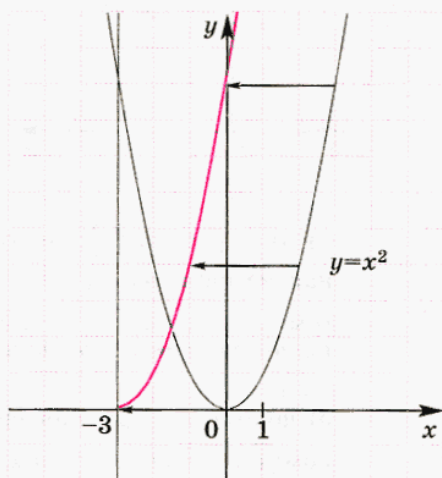
3) $y=x^2+4x+4$;

4) $y=x^2-4x+4$.

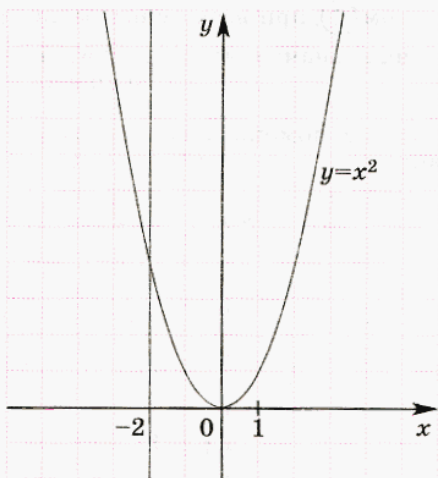
1)



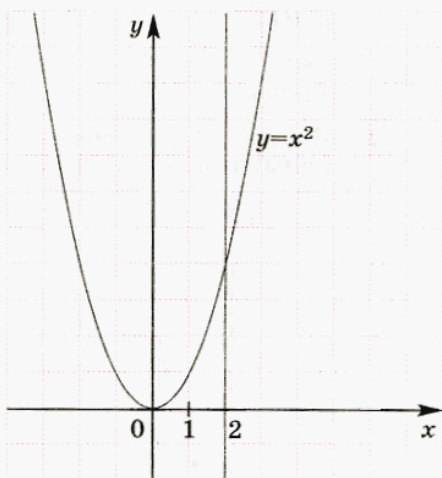
2)



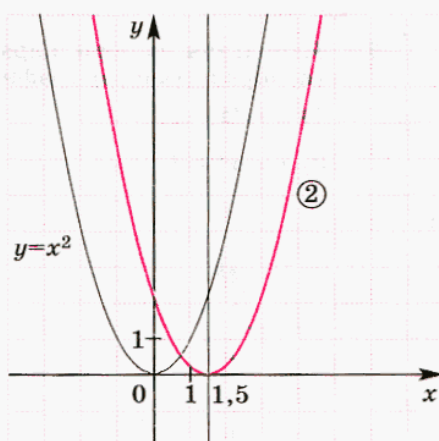
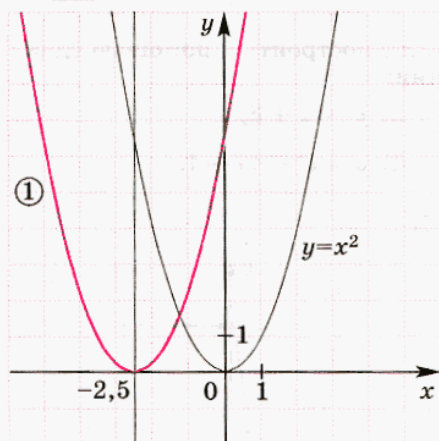
3)



4)



10 С помощью графика заполнить пропуски:



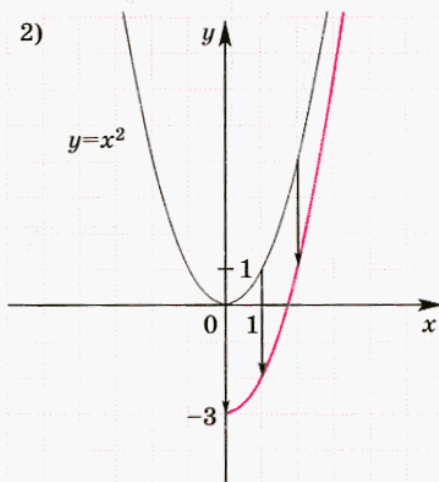
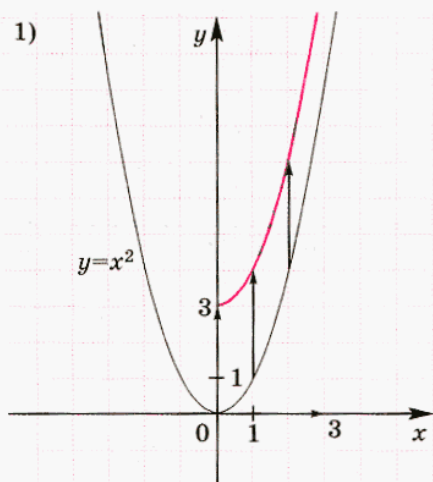
1) а) парабола (1), полученная из параболы $y = x^2$ сдвигом на единиц, является графиком функции $y = (\dots\dots\dots)^2$;

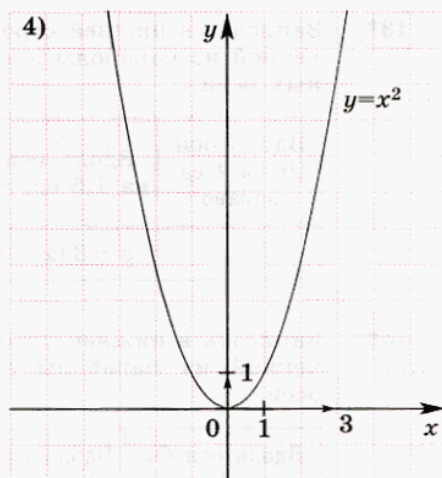
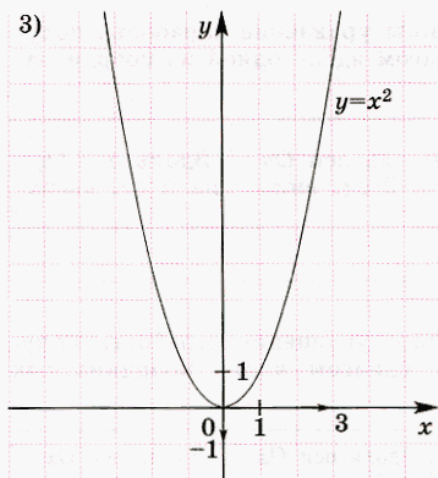
б) функция, заданная графиком (1), возрастает при $x \dots\dots$;
в) функция, заданная графиком (1), при $x \neq -2,5$ принимает значения.

2) а) парабола (2), полученная из параболы $y = x^2$ сдвигом на единиц, является графиком функции $y = (\dots\dots\dots)^2$;

б) функция, заданная графиком (2), возрастает при $x \dots\dots$;
в) функция, заданная графиком (2), при всех действительных значениях x принимает значения.

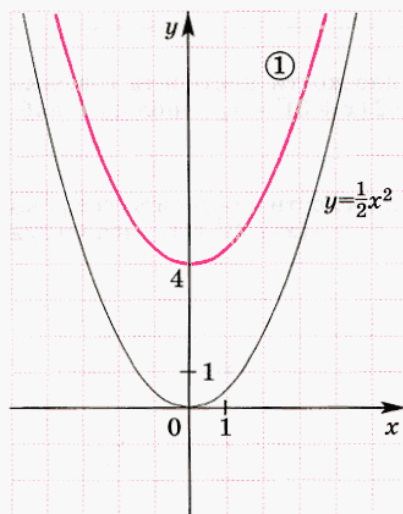
11 Используя рисунок параболы $y = x^2$, с помощью сдвига вверх (вниз) построить график функции:



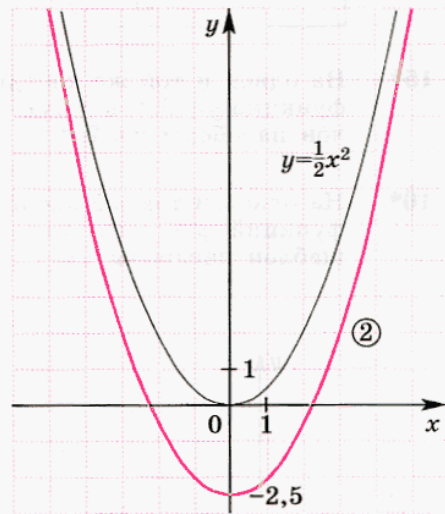


- 1) $y = x^2 + 3$; 2) $y = x^2 - 3$; 3) $y = x^2 - 1$; 4) $y = x^2 + 1$.

12 С помощью графика заполнить пропуски:



- 1) а) парабола ①, полученная из параболы $y = \frac{1}{2}x^2$ сдвигом на единиц, является графиком функции $y = \dots$;
 б) функция убывает при $x \dots$;
 в) функция при всех действительных значениях x принимает значения.



- 1) а) парабола ②, полученная из параболы $y = \frac{1}{2}x^2$ сдвигом на единиц, является графиком функции $y = \dots$;
 б) функция возрастает при $x \dots$;
 в) функция на отрезке $[0; 1]$ принимает значения.

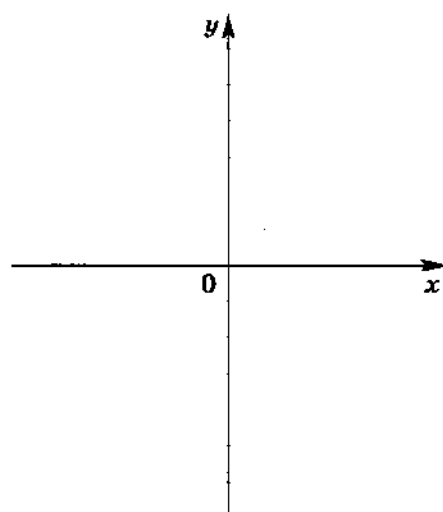
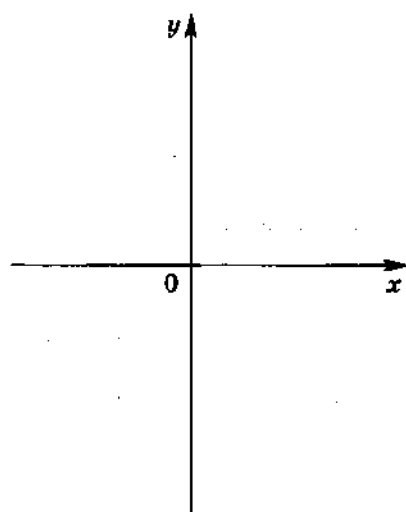
- 13* Записать в нижней строке таблицы уравнение параболы, полученной из параболы $y = 3x^2$ сдвигом вдоль одной из координатных осей.

Вдоль оси Ox на 4 ед. вправо	Вдоль оси Ox на 1,5 ед. влево	Вдоль оси Oy на 2 ед. вниз	Вдоль оси Oy на 5 ед. вверх
	$y = 3(x + 1,5)^2$		

- 14* Записать в нижней строке таблицы уравнение параболы, полученной из параболы $y = -2x^2$ сдвигом вдоль координатных осей.

Вдоль оси Ox на 3 ед. влево и вдоль оси Oy на 0,5 ед. вниз	Вдоль оси Ox на 2 ед. вправо и вдоль оси Oy на 4 ед. вверх	Вдоль оси Ox на 5 ед. влево и вдоль оси Oy на 2 ед. вверх	Вдоль оси Ox на 4 ед. вправо и вдоль оси Oy на 0,4 ед. вниз
	$y = -2(x - 2)^2 + 4$		

- 15* На одной и той же координатной плоскости построить графики функций $y = 2x^2$, $y = 2(x + 3)^2$ и $y = 2(x + 3)^2 - 1$, используя шаблон параболы $y = 2x^2$.
- 16* На одной и той же координатной плоскости построить графики функций $y = x^2$, $y = -(x - 2)^2$, $y = -(x - 2)^2 + 4$, используя шаблон параболы $y = x^2$.



- 17* Записать уравнение параболы, если известны точки ее пересечения с координатными осями. Заполнить таблицу:

С осью Ox ($x; 0$)	$x_1 = 1,$ $x_2 = 2$	$x_1 = 8,$ $x_2 = 3$	$x_1 = -4,$ $x_2 = -5$	$x_1 = -3,$ $x_2 = 5$
С осью Oy ($0; y$)	$y = -4$	$y = 24$	$y = 5$	$y = 3$
Уравнение параболы $y = ax^2 +$ $+ bx + c$		$y = x^2 - 11x + 24$		

$c = f(0) =$

.....

.....

.....

.....

- 18* Найти координаты точек пересечения параболы с координатными осями.

Парабола	$y = (x+1)(x-3)$	$y = 3x^2 - 2x$	$y = 4x^2 + 4x + 1$	$y = -8x^2 + 7x - 2$
С осью Ox		$x_1 = 0$ $x_2 = \frac{2}{3}$		
С осью Oy		$y = 0$		

- 19 Найти координаты вершины параболы, указать направление ветвей параболы ($\uparrow$ или $\downarrow$). Заполнить таблицу:

Парабола	$y = x^2 - 2x + 7$	$y = -0,5x^2 + 4x - 1$	$y = (x-2)(x+4)$
Координаты вершины параболы	(1; 6)		
Направление ветвей параболы	$\uparrow$		

- 20 Найти значение k в уравнении параболы, если ей принадлежит точка $A(x_1; y_1)$. Заполнить таблицу:

Уравнение параболы	$y = kx^2 - 5x + 6$	$y = 3x^2 + kx + 4$	$y = 4x^2 - 3x + k$
$A(x_1; y_1)$	$(2; 0)$	$(-1; 9)$	$(1; 3)$
k	1		

Построение графика квадратичной функции

39

I

- 1 Для функции $y = x^2 - 3x + 1$ заполнить таблицу:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y			5					

- 2 Решить уравнение:

1) $x^2 - 2x - 35 = 0$;

Ответ.

2) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3 = 0$;

Ответ.

3) $-x^2 + 12x - 36 = 0$;

Ответ.

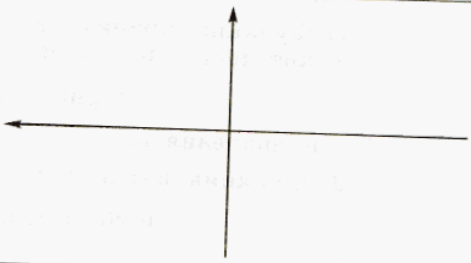
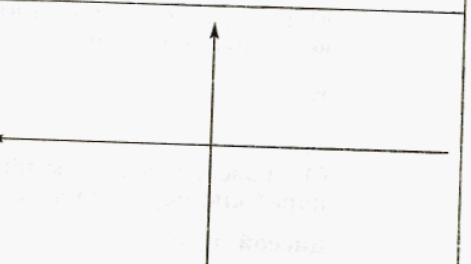
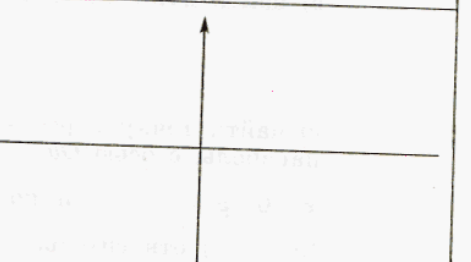
- 3 Записать координаты точки пересечения графика заданной функции с осью ординат:

1) $y = \frac{1}{8}x + 3$, (..... ;);

2) $y = -5x^2 + 3x - 4$, (..... ;);

3) $y = 2x^3 + 3x^2 - 2x + 7$, (..... ;).

4 Заполнить таблицу:

Уравнение параболы	$y = x^2 - 6x + 9$	$y = 2x - x^2$	$y = -2x^2 + 7x + 4$	$y = 3x^2 - 5x + 4$	
Координаты вершины параболы	(3; 0)				
Координаты точки пересечения с осью Oy	(0; 9)				
Координаты точек пересечения с осью Ox	(3; 0)				
Эскиз графика					

- 5 На рисунке изображен график квадратичной функции. С помощью графика заполнить пропуски в предложениях.

1) Функция принимает положительные значения при

....., отрицательные значения при

2) Функция возрастает при

..... и убывает при

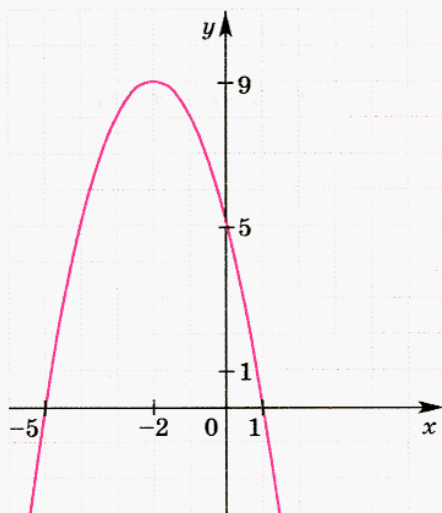
.....

3) Функция принимает

наи.....шее значение, рав-

ное, при $x =$

$=$



- 6 1) Построить график функции $y = x^2 - x - 2$, используя схему:

а) вычислить координаты вершины параболы

$x_0 =$,

$y_0 =$

б) провести ось симметрии параболы через точку с абс-

циссой $x_0 =$

в) найти нули функции:

.....

.....

г) найти точку пересечения параболы с осью Oy :

$x = 0$, $y =$ и координаты точки, симметричной данной

$(0; \dots)$ относительно оси симметрии параболы $(\dots; \dots)$.

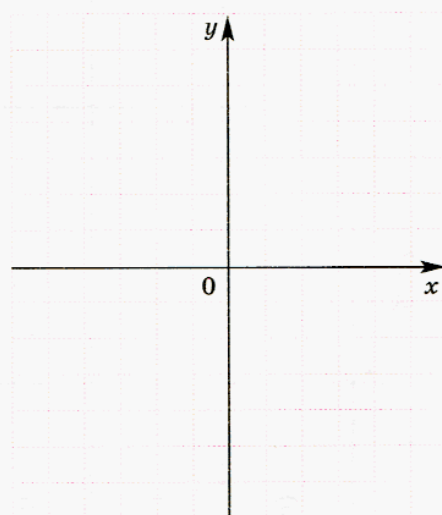
2) С помощью построенного графика заполнить пропуски в следующих предложениях:

а) функция принимает положительные значения при

б) функция принимает отрицательные значения при

в) функция принимает наишее значение, равное

при $x =$



7

1) Построить график функции $y = (x+1)(3-x)$ по схеме, изложенной в задаче 6:

а)

б)

в)

г)

2) Заполнить пропуски в следующих предложениях:

а) функция принимает положительные значения при

б) функция убывает при

в) наибольшее значение функции равно

8

1) Построить график функции $y = -x^2 + 2x - 5$.

.....

.....

.....

.....

2) Заполнить пропуски в следующих предложениях:

а) функция принимает положительные значения при

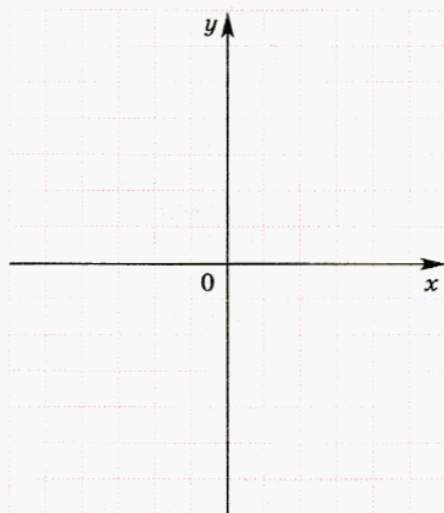
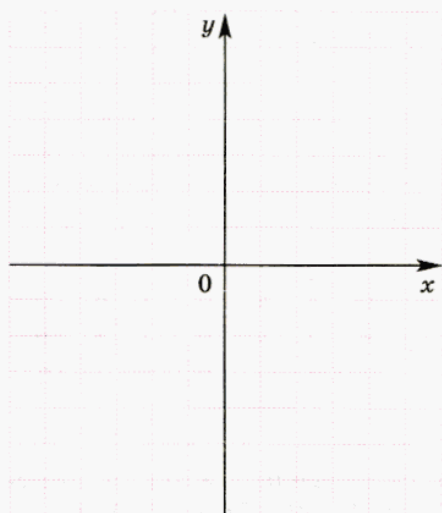
.....

б) функция принимает отрицательные значения при

.....

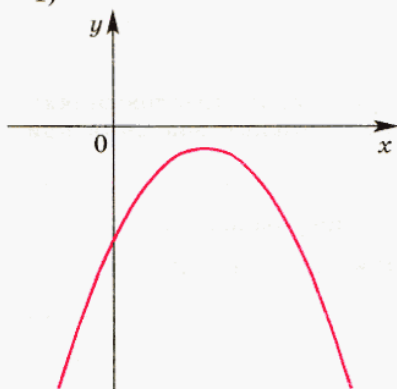
в) функция принимает наи шее значение, равное,

при $x =$

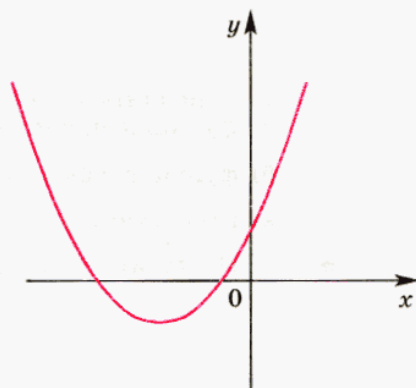


- 9* Определить знаки коэффициентов уравнения параболы $y = ax^2 + bx + c$, используя рисунки параболы. Заполнить пропуски в таблице знаками «>» или «<».

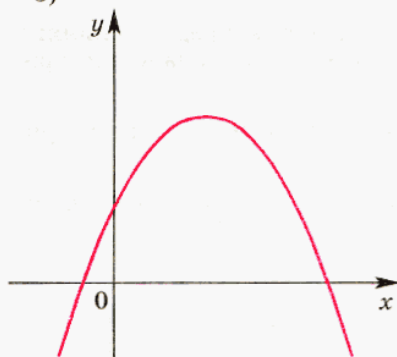
1)



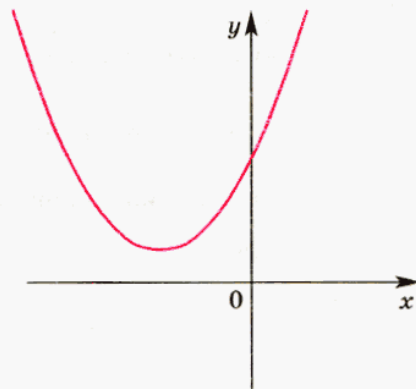
2)



3)



4)



Номер параболы	1	2	3	4
Знаки a, b, c	a 0	a 0	a 0	a 0
	b 0	b 0	b 0	b 0
	c 0	c 0	c 0	c 0

- 10* Записать уравнение параболы, симметричной исходной относительно одной из координатных осей. Заполнить таблицу:

Исходная парабола	Парабола, симметричная исходной	
	относительно Oy	относительно Ox
$y = (x - 1)^2 - 2$		
$y = -3(x + 1)^2 + 4$	$y = -3(x - 1)^2 + 4$	$y = 3(x + 1)^2 - 4$
$y = x^2 + 3x - 4$		
$y = -2x^2 + 4x - 5$		

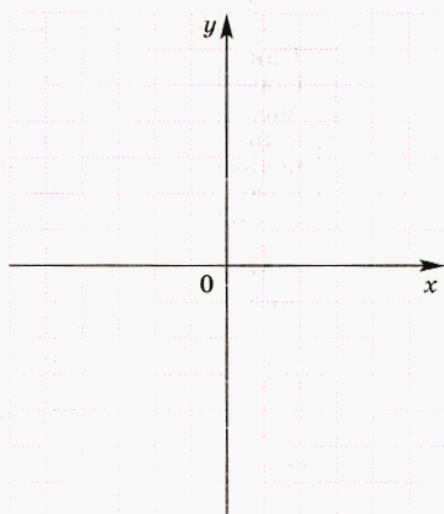
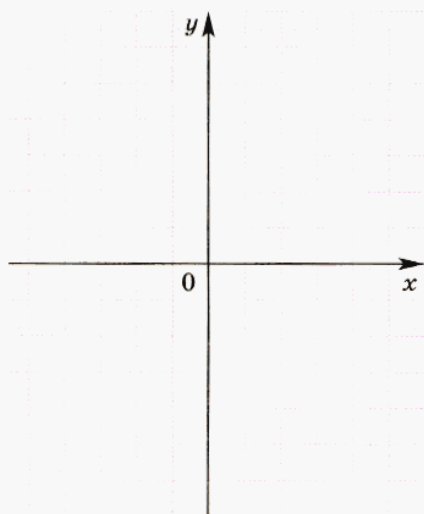
- 11* На одной и той же координатной плоскости построить графики функций:

1) $y = x^2 - 2x$; 2) $y = |x^2 - 2x|$; 3) $y = x^2 - 2|x|$.

- 12* Построить график функции $y = x^2 + 2|x| - 8$ и с его помощью заполнить пропуски:

1) функция принимает отрицательные значения при

2) функция возрастает при



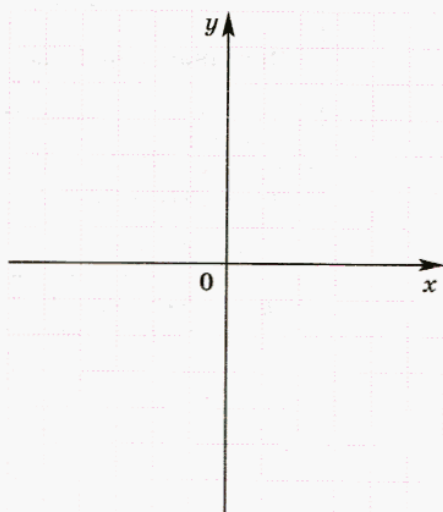
III

- 13 Построить график функции $y = x^2 - 2x - 3$ и с его помощью заполнить пропуски в следующих предложениях:

1) функция принимает положительные значения при

2) функция убывает при

3) функция принимает
наименьшее значение,
равное , при $x =$

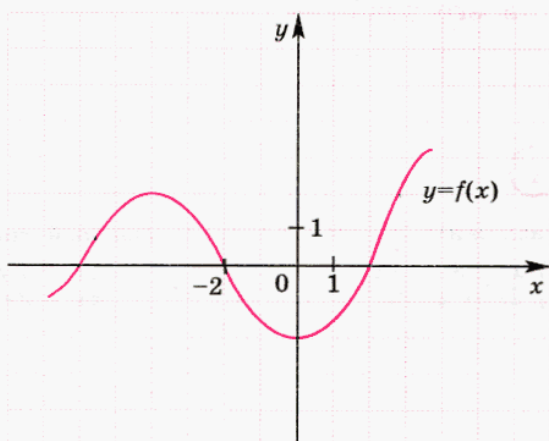


- 14 Не строя график квадратичной функции, заполнить таблицу:

Квадратичная функция	$y = 4x - x^2$	$y = x^2 + 3x + 4$	$y = -2x^2 + 4x - 6$	$y = 3x^2 - x + 1$
Наибольшее (наименьшее) значение функции		наименьшее $y = 1 \frac{3}{4}$		
Соответствующее значение x		$x = -\frac{3}{2}$		

15*

На рисунке изображен график функции $y=f(x)$. С помощью графика заполнить пропуски:



- 1) функция принимает положительные значения при x
.....
- 2) функция принимает отрицательные значения при
.....
- 3) функция возрастает при ;
- 4) функция убывает при ;
- 5) функция принимает наибольшее значение, равное , при ;
- 6) функция принимает наименьшее значение, равное , при $x=$

VI Квадратные глава неравенства

Квадратное неравенство и его решение



40

I

- 1 Разложить на множители квадратный трехчлен:

1) $x^2 - 9x + 18$;

2) $x^2 + 3x + 18$;

3) $2x^2 + x - 6$;

4) $-3x^2 + 10x - 3$.

- 2 Изобразить на числовой оси множество решений неравенства:

1) $x - 5 > 0$;

2) $x + 3 < 0$;

3) $x + 4 \geq 0$;

4) $x - 2 \leq 0$.

- 3 Решить систему неравенств:

1) $\begin{cases} x - 3 > 0, \\ x + 2 > 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x - 3 < 0, \\ x + 2 > 0; \end{cases}$

$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

Ответ.

Ответ.

3) $\begin{cases} x - 3 \geq 0, \\ x + 2 \leq 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x - 3 \leq 0, \\ x + 2 \leq 0. \end{cases}$

$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$

Ответ.

Ответ.

II

- 4 Выяснить, являются ли данные неравенства квадратными, записав в пустых клетках таблицы слово «да» или «нет»:

$x^2 - 1 < 0$	$3x - 4 > 0$	$3x^2 - 5x + 6 \geq 0$	$x^3 - x \leq 0$
	нет		

- 5 Свести неравенства к квадратным и заполнить пустые клетки таблицы:

$3x^2 > 5x$	$4x^2 - 3 < x$	$(2x - 1)x \geq 3$	$x(x - 1) \leq 2$
		$2x^2 - x - 3 \geq 0$	

- 6 Записать в пустых клетках таблицы те из чисел $-3, -2, 0, 1, 4$, которые являются решениями соответствующего неравенства:

$x^2 - x \leq 0$	$x^2 + 4x - 5 > 0$	$2x^2 + x - 10 < 0$	$x^2 - 2x - 8 \geq 0$
	4		

.....

.....

.....

.....

- 7 Решить неравенство, заполнив пропуски:

1) $(x - 2)(x + 3) < 0$; 2) $(x - 2)(x + 3) \geq 0$.

1) $(x - 2)(x + 3) < 0$,

2) $(x - 2)(x + 3) \geq 0$,

$$\begin{cases} x - 2 < 0, \\ x + 3 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2 > 0, \\ x + 3 < 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2 \geq 0, \\ x + 3 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2 \dots\dots\dots \\ x + 3 \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \dots\dots\dots \\ x \dots\dots\dots \end{cases} \quad \begin{cases} x \dots\dots\dots \\ x \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \dots\dots\dots \\ x \dots\dots\dots \end{cases} \quad \begin{cases} x \dots\dots\dots \\ x \dots\dots\dots \end{cases}$$

Ответ.

Ответ.

- 8 Решить квадратное неравенство $2x^2 - 5x - 3 < 0$, заполнив пропуски:

$$2x^2 - 5x - 3 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4},$$

10

Решить квадратное неравенство в случае, когда соответствующее квадратное уравнение имеет равные корни, записав квадратный трехчлен в виде $a(x-x_1)^2$.

$$4x^2 - 12x + 9 \leq 0,$$

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2, (2x - 3)^2 \leq 0.$$

$$\text{Ответ. } x = \frac{3}{2}.$$

$$1) 4x^2 + 20x + 25 \geq 0;$$

$$\text{Ответ.}$$

$$2) 25x^2 - 20x + 4 > 0;$$

$$\text{Ответ.}$$

$$3) 36x^2 + 1 - 12x \leq 0.$$

$$\text{Ответ.}$$

11*

Решить квадратное неравенство в случае, когда соответствующее квадратное уравнение не имеет действительных корней, с помощью метода выделения полного квадрата.

$$x^2 - x + 1 > 0$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + 1 - \frac{1}{4} > 0, \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0.$$

$$\text{Ответ. } x - \text{любое действительное число.}$$

1) $x^2 - 4x + 5 \geq 0$;

Ответ. 

2) $2x^2 - 4x + 3 > 0$;

Ответ. 

3) $3x^2 - 12x + 16 \leq 0$.

Ответ. 



- 12 Не решая неравенство $x^2 - 2x \geq 0$, проверить, какие из чисел -3 , -5 , 1 являются решениями этого неравенства.

Ответ.

- 13 Решить квадратное неравенство:

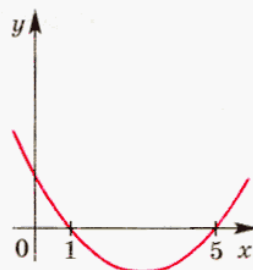
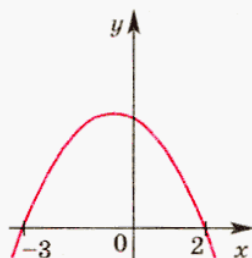
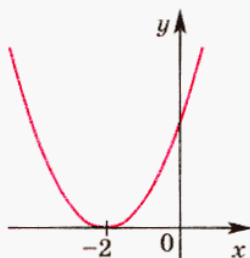
1) $6x^2 - 5x - 6 > 0$; 2) $9x^2 - 6x + 1 > 0$; 3)* $-2x^2 + 3x - 4 < 0$.

Решение квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции

41

I

- 1 С помощью изображенного на рисунке графика квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ записать в соответствующих строках таблицы все значения x , при которых эта функция принимает положительные значения, отрицательные значения, значения, равные нулю.



Парабола	1	2	3
$y > 0$	$x \neq -2$		
$y < 0$	нет таких x		
$y = 0$	$x = -2$		

- 2 Заполнить пустые клетки таблицы, указав знаком $\uparrow$ или $\downarrow$ направление ветвей параболы.

Парабола	$y = 1 - x^2$	$y = \frac{x^2}{2} + 3x - 1$	$y = -5x^2 + x + 1$
Направление ветвей параболы		$\uparrow$	

- 3 Устно найти корни квадратного уравнения:

1) $x^2 + 7x - 8 = 0$, $x_1 = \dots\dots\dots$, $x_2 = \dots\dots\dots$

2) $x^2 - 6x + 8 = 0$, $x_1 = \dots\dots\dots$, $x_2 = \dots\dots\dots$

II

4

Решить квадратное неравенство с помощью эскиза графика квадратичной функции:

1) $4x - x^2 > 0$; 2) $x^2 + 2x - 15 \geq 0$; 3) $3x^2 + 14x \leq 0$.

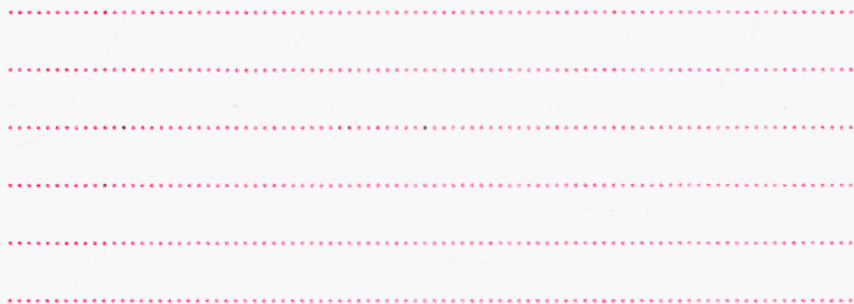
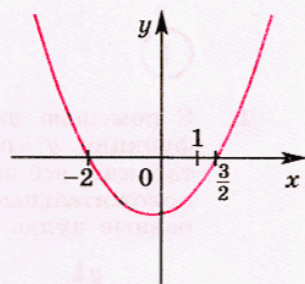
$2x^2 + x - 6 \geq 0$.

1) Ветви параболы направлены вверх, так как $a = 2 > 0$.

2) $2x^2 + x - 6 = 0$, $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{4}$,

$x_1 = -2$, $x_2 = \frac{3}{2}$.

Ответ. $x \leq -2$, $x \geq \frac{3}{2}$.



Решить неравенство с помощью эскиза графика квадратичной функции:

1) $x^2 - 4x + 6 < 0$;

2) $-2x^2 + 5x - 4 \geq 0$;

3) $-3x^2 - 5x \leq 3$;

4) $4x^2 + 5 \leq 8x$.

$3x^2 - 6x + 4 > 0$.

1) Ветви параболы направлены вверх, так как $a = 3$, $a > 0$.

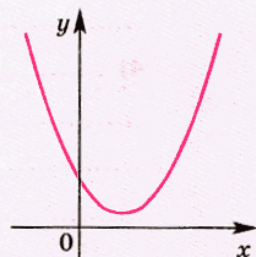
2) $3x^2 - 6x + 4 = 0$,

$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12}}{3}$ — действительных

корней нет.

$3x^2 - 6x + 4 > 0$ при всех действительных значениях x .

Ответ. x — любое действительное число. ◀



1)

Ответ.

2)

3)

.....

.....

.....

4)

.....

.....

.....

.....

6* С помощью графика функции $y = x^2 + 3|x| - 4$ решить неравенство $x^2 + 3|x| - 4 \leq 0$.

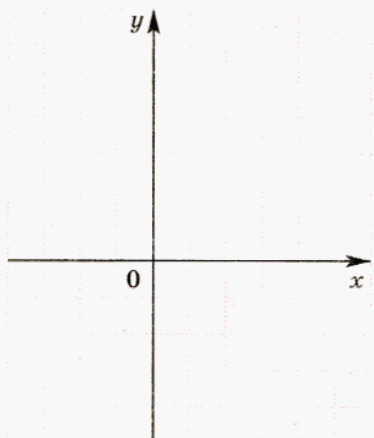
.....

.....

.....

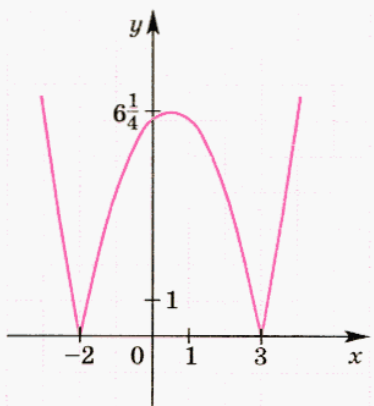
.....

.....



7 Неравенство $|x + 6 - x^2| \leq a$ решено с помощью графика функции $y = |x + 6 - x^2|$. Заполнить пропуски в предложениях так, чтобы они были верными.

- 1) Решением неравенства является отрезок при a
- 2) Решением неравенства являются два отрезка при
- 3) Решением неравенства являются две точки при
- 4) Неравенство не имеет решений при



III

8 Решить неравенство:

1) $x^2 \geq 6x + 7$;

2) $-2x^2 < -6 + x$;

3) $25x^2 \leq 30x - 9$;

4) $3x^2 + 7 > 8x$.

Метод интервалов

42

I

1 Заполнить пропуски в предложениях.

1) Функция $y = 2x + 3$ принимает отрицательные значения при x ; положительные значения при x

2) Функция $y = x + 2$ меняет знак на противоположный в точке с абсциссой $x =$

2 Определить, положительное или отрицательное значение принимает функция $y = (x - 1)(x + 5)$ в данной точке или на заданном числовом промежутке. Заполнить таблицу:

-7	-2	3	$(-10; -6)$	$(-4; 0)$	$(2; 5)$

3 Разложить многочлен на множители:

1) $x^3 - x =$

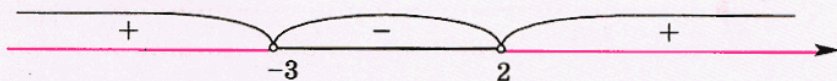
2) $x^4 - 5x^2 + 4 =$

4 Решить методом интервалов неравенство:

1) $x^2 + 3x - 10 < 0$; 2) $6x^2 + x - 2 \geq 0$; 3) $9x^2 + x < 0$.

$(x - 2)(x + 3) > 0$

Корни уравнения $(x - 2)(x + 3) = 0$
 $x_1 = 2, x_2 = -3$.



Если $x > 2$ и $x < -3$, то $(x - 2)(x + 3) > 0$.

Ответ. $x < -3, x > 2$.

1) $x^2 + 3x - 10 < 0$

Корни уравнения $x^2 + 3x - 10 = 0$

$x_1 = -5, x_2 = 2$,

$x^2 + 3x - 10 = (\dots)(\dots)$



Ответ.

.....

.....

.....

.....

.....

II

5 Решить неравенство методом интервалов:

1) $(x^2 - 9)(x + 1) > 0$; 2) $(x - 3)(x + 1)(x^2 - 1) < 0$;

3) $x^3 - 5x^2 + 6x \leq 0$.

.....

.....

.....

6 Решить неравенство:

$$1) \frac{(x-2)(x+3)}{(x-4)} \leq 0; \quad 2) \frac{x(x+1)(x-1)}{(x+2)(x-2)} \geq 0.$$

1) Дробь равна нулю при $x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$

Дробь не имеет смысла при $x_3 = \dots$

На крайнем правом интервале дробь положительна.

Дробь меняет знак в точках $\dots$

Ответ. $\dots$

2) Дробь равна нулю при $\dots$

Дробь не имеет смысла $\dots$

Дробь меняет знак в точках $\dots$

Ответ. $\dots$

7 Решить неравенство методом интервалов:

$$1) \frac{(x+2)^2}{2x^2+3x-5} < 0; \quad 2) \frac{(x-1)^2(x^2-4)}{x^2-5x-6} > 0.$$

$$\frac{2x^2+5x-12}{x^2+5x-6} \geq 0$$

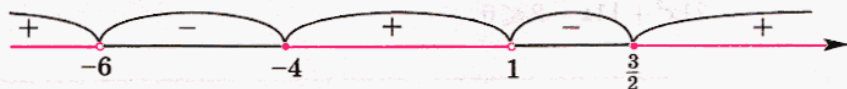
Разложим числитель и знаменатель на множители:

$$а) 2x^2+5x-12=0, \quad x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25+96}}{4}, \quad x_1 = -4, \quad x_2 = \frac{3}{2}.$$

$$2x^2+5x-12 = 2(x+4)\left(x-\frac{3}{2}\right).$$

$$б) x^2+5x-6 = (x+6)(x-1).$$

Отметим на числовой оси точки $-6, -4, 1, \frac{3}{2}$.

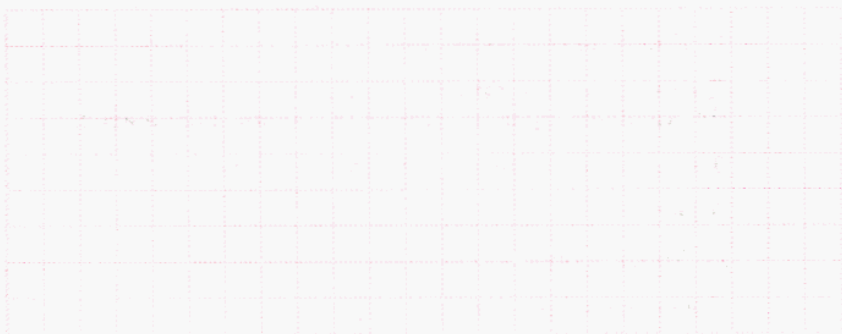


Дробь равна нулю при $x = -4$ и $x = \frac{3}{2}$, положительна при $x > \frac{3}{2}$ и меняет знак в отмеченных точках.

Ответ. $x < -6, -4 \leq x < 1, x \geq \frac{3}{2}$.

1)

2)



8 Решить неравенство

$$\frac{x^2}{x^2-3x} + \frac{5+x}{x} < \frac{x+2}{x-3}.$$

—————→

III

9 Решить методом интервалов квадратное неравенство

$$21x^2 + 11x - 2 \leq 0.$$

—————→

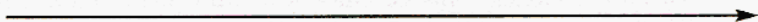
10 Решить методом интервалов неравенство

$$\frac{3x^2 - 13x - 10}{2x^2 + 5x - 12} > 0.$$



11* Решить неравенство

$$\frac{3x^2 + 17x - 6}{x^4 - x} \geq 0.$$



**Исследование
квадратичной функции**

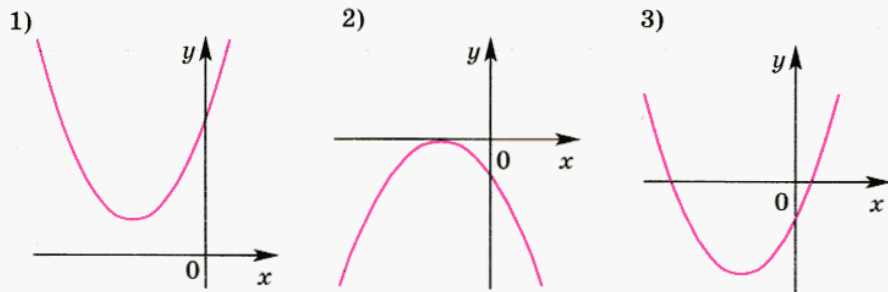


43*

I

1 Найти нули функции $y = 2x^2 - 5x - 25$.

- 2 По каждому из графиков функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенных на рисунке, сравнить с нулем значение выражения $b^2 - 4ac$.



Ответ. а) $b^2 - 4ac$ 0; б) $b^2 - 4ac$ 0; в) $b^2 - 4ac$ 0.

II

- 3 Найти все значения r , при которых квадратичная функция принимает положительные значения при всех действительных значениях x . Заполнить пустые клетки таблицы:

$y = x^2 + rx + 5$	$y = 2x^2 + x + r$	$y = x^2 + rx + 3r$	$y = 3x^2 + rx + 3$
$-2\sqrt{5} < r < 2\sqrt{5}$			

Функция $y = x^2 + rx + 5$ принимает положительные значения при всех действительных значениях x , если $D = b^2 - 4ac$ 0, так как $a =$ 0. Вычислим $D =$ Решим неравенство D 0.

.....

.....

.....

.....

- 4 Найти все значения r , при которых квадратичная функция принимает отрицательные значения при всех действительных значениях x . Заполнить пустые клетки таблицы:

$y = -x^2 + rx - 2$	$y = -3x^2 + 2x + r$	$y = -x^2 + rx - 2r$	$y = -2x^2 - rx - 2$
$-2\sqrt{2} < r < 2\sqrt{2}$			

Функция $y = -x^2 + rx - 2$ принимает отрицательные значения при всех действительных значениях x , если $D = b^2 - 4ac \leq 0$, так как $a = -1 < 0$. Вычислим D Решим неравенство $D \leq 0$.

.....

III

- 5 Вершина параболы $y = x^2 + px + q$ удовлетворяет условиям, указанным в таблице. Выяснив, каким условиям должны удовлетворять числа p и q , заполнить пустые клетки таблицы:

Вершина параболы лежит на оси Ox	Вершина параболы лежит на оси Oy	Вершина параболы лежит в третьем координатном угле

- 1) Вершина параболы $y = x^2 + px + q$ лежит на оси Ox , если ордината вершины $y_0 = -\frac{D}{4} = \dots$, $x_0 = -\frac{p}{2}$ — любое число, значит, $D = p^2 - 4q = \dots$.
-

- 2) Вершина параболы лежит на оси Oy , если вершины $x_0 = \dots$.
-
-
-
-
-

- 6 Найти все значения b , при которых вершина параболы $y = x^2 + bx - 3$ удовлетворяет условиям, указанным в таблице. Заполнить пустые клетки таблицы:

Вершина лежит справа от оси Oy	Вершина лежит ниже оси Ox	Вершина лежит на оси Ox

1) Вершина лежит справа от оси Oy , если вершины параболы $x_0 \dots 0$, т. е. $x_0 = \dots$.

2) Вершина лежит на оси Ox , если вершины параболы $y_0 \dots 0$, т. е. $y_0 = \dots$

3) Вершина лежит на оси Ox , если

7* Коэффициенты квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ удовлетворяют условию $c(a + b + c) \leq 0$. Следует ли, что график этой функции имеет хотя бы одну общую точку с осью Ox ?

Так как $c = y(0)$, а $a + b + c = y(1)$ и $c(a + b + c) \leq 0$, то

либо $\begin{cases} y(0) \dots 0, \\ y(1) \dots 0; \end{cases}$ либо $\begin{cases} y(0) \dots 0, \\ y(1) \dots 0; \end{cases}$ т.е.

Ответ.

8* Определить знак числа c , если график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ не пересекает ось Ox и справедливо неравенство $4a - 2b + c < 0$.

Так как $c = y(0)$, $4a - 2b + c = y(\dots)$, значит, $y(\dots) \dots 0$ по условию, то $y(0) \dots 0$ и, следовательно, $c \dots 0$.

Ответ.

Упражнения для повторения
курса алгебры VII—VIII классов

I. Вычисления и преобразования

1 Вычислить:

$$\left(3\frac{1}{6} - 1\frac{3}{8}\right) \cdot 1,2 - 3,1^2 =$$

2 Вычислить рациональным способом:

1) $(2 - 0,01)(2 + 0,01) =$

2) $0,999^2 =$

3 Упростить:

$$\sqrt{5} + 2\sqrt{80} - \frac{1}{3}\sqrt{45} =$$

4 Упростить выражение, зная, что $x > 0$:

$$3\sqrt{x^3} - \frac{2}{7x}\sqrt{49x^5} + 2\sqrt{\frac{x^4}{4}} =$$

5 Разложить на множители:

1) $a^5 + a^3 - a^4 - a^2 =$

2) $2a^2 - ab - 6b^2 =$

6 Выполнить действия:

1) $(x - y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) : \frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2} =$

2) $\frac{3a^3b + 3ab^3}{a^4 - b^4} : \frac{6ab}{5a^2 - 5b^2} =$

II. Уравнения и системы уравнений

1 Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} 7x - y = 17, \\ 3x + 2y = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x - 3y + 7 = 0, \\ 5x - 4y + 11 = 0. \end{cases}$$

1) 2)

[illegible]

[1](#)
[2](#)
[3](#)
[4](#)
[5](#)
[6](#)
[7](#)
[8](#)
[9](#)
[10](#)
[11](#)
[12](#)
[13](#)
[14](#)
[15](#)
[16](#)
[17](#)
[18](#)
[19](#)
[20](#)
[21](#)
[22](#)
[23](#)
[24](#)
[25](#)
[26](#)
[27](#)
[28](#)
[29](#)
[30](#)
[31](#)
[32](#)
[33](#)
[34](#)
[35](#)
[36](#)
[37](#)
[38](#)
[39](#)
[40](#)
[41](#)
[42](#)
[43](#)
[44](#)
[45](#)
[46](#)
[47](#)
[48](#)
[49](#)
[50](#)

[illegible]

Ответ. 1) 2)

2 Найдите значение x , при котором верно равенство $\sqrt{5-6x}=2$.

.....

3 Решить уравнение:

1) $\frac{1}{4}x^2 - 4x + 16 = 0$; 2) $3x^2 - 2x + 1 = 0$; 3) $2x^2 + 5x - 3 = 0$.

1) CH_3COCH_3 2) $\text{CH}_3\text{COCH}_2\text{CH}_3$ 3) $\text{CH}_3\text{COCH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3$

Ответ. 1) 2) 3)

4 Найти корни уравнения $|2 - 3x| = 5$.

1)

Ответ. _____

5* Решить уравнение $\frac{4x^2-7x-2}{x^2-5x+6}=0$.

1)

2)

Ответ.

6* Не решая уравнения $2x^2-4x+1=0$, вычислить сумму квадратов его корней.

Ответ.

III. Неравенства и системы неравенств

1 Решить систему неравенств:

$$1) \begin{cases} 3x-4 \geq 2x-6, \\ x+5 > 2x+2; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x+6 < 3x+10, \\ 0,3x-1,3 > 0,2x-1,1. \end{cases}$$

1)

2)

Ответ. 1)

2)

2 Найти все целые числа, являющиеся решением неравенства $-\frac{7}{4} < \frac{x}{2} \leq 0$.

Ответ.

3 Решить квадратичное неравенство:

1) $5x^2 - 3x > 0$;

2) $x^2 - 9 \leq 0$;

3) $3x^2 - 5x + 4 \geq 0$

1) 2) 3)

.....

.....

.....

4 Решить неравенство:

1) $|x - 3| < 8$

2) $|2 - x| \geq 3$

1) 2)

.....

5 Методом интервалов решить неравенство

$$\frac{(x-5)(3-x)}{x} < 0.$$

.....

Ответ.

IV. Функции

1 Решить графическим методом систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 1, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ.

2 Дана функция $y(x) = x^2 - 5$.

1) Вычислить: $y(0) = \dots$; $y(-3) = \dots$

2) Найти значения x , при которых $y(x) = 0$: $\dots$

3) Найти значения x , при которых $y(x) < 0$: $\dots$

3 Построить график функции:

1) $y = x^2 - 4x - 4$;

2) $y = (x - 3)(x - 1)$.

1) $\dots$

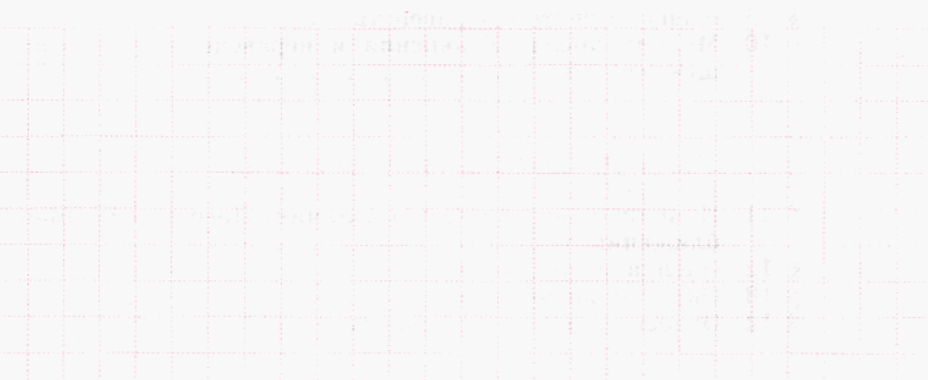
2) $\dots$

$\dots$

$\dots$

$\dots$

$\dots$



4 Записать уравнение параболы если известно, что она пересекает ось ординат в точке 3, а ее вершиной является точка $(2; -1)$.

$\dots$

$\dots$

$\dots$

$\dots$

Ответ. $\dots$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава I. Неравенства

§ 1.	Положительные и отрицательные числа	4
§ 2.	Числовые неравенства	7
§ 3.	Основные свойства числовых неравенств	11
§ 4.	Сложение и умножение неравенств	14
§ 5.	Строгие и нестрогие неравенства	17
§ 6.	Неравенства с одним неизвестным	20
§ 7.	Решение неравенств	23
§ 8.	Системы неравенств с одним неизвестным. Числовые промежутки	25
§ 9.	Решение систем неравенств	30
§ 10.	Модуль числа. Уравнения и неравенства, содержащие модуль	33

Глава II. Приближенные вычисления

§ 11.	Приближенные значения величин. Погрешность приближения	38
§ 12.	Оценка погрешности	40
§ 13.	Округление чисел	43
§ 14.	Относительная погрешность	44

Глава III. Квадратные корни

§ 20.	Арифметический квадратный корень	48
§ 21.	Действительные числа	50
§ 22.	Квадратный корень из степени	53
§ 23.	Квадратный корень из произведения	55
§ 24.	Квадратный корень из дроби	58

Глава IV. Квадратные уравнения

§ 25.	Квадратное уравнение и его корни	61
§ 26.	Неполные квадратные уравнения	64
§ 27.	Метод выделения полного квадрата	67
§ 28.	Решение квадратных уравнений	69
§ 29.	Приведенное квадратное уравнение. Теорема Виета	73
§ 30.	Уравнения, сводящиеся к квадратным	80
§ 31.	Решение задач с помощью квадратных уравнений	82
§ 32.	Решение простейших систем, содержащих уравнение второй степени	87

Глава V. Квадратичная функция

§ 35. Определение квадратичной функции	91
§ 36. Функция $y = x^2$	94
§ 37. Функция $y = ax^2$	99
§ 38. Функция $y = ax^2 + bx + c$	105
§ 39. Построение графика квадратичной функции . . .	112

Глава VI. Квадратные неравенства

§ 40. Квадратное неравенство и его решение	120
§ 41. Решение квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции	125
§ 42. Метод интервалов	129
§ 43*. Исследование квадратичной функции	133

Упражнения для повторения курса алгебры

VII—VIII классов	137
-----------------------------------	-----

Учебное издание

Колягин Юрий Михайлович
Сидоров Юрий Викторович
Ткачёва Мария Владимировна
Фёдорова Надежда Евгеньевна
Шабунин Михаил Иванович

АЛГЕБРА

Рабочая тетрадь

8 класс

Пособие для учащихся общеобразовательных учреждений

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Л. Н. Белоновская*
Младший редактор *Н. В. Сидельковская*
Художники *В. А. Андрианов, Е. В. Соганова*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Компьютерная графика: *И. А. Шалеев*
Технические редакторы *Н. А. Киселева, Н. Н. Бажанова,*
Е. А. Сиротинская
Корректоры *Н. В. Белозерова, Н. В. Бурдина, Н. И. Новикова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 16.12.09. Формат 70×100^{1/16}. Бумага писчая. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 5,86. Тираж 10 000 экз. Заказ № 29390.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, г. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, д. 41.

Отпечатано в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат».
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. www.sarpk.ru